MỞ ĐẦU

Vì sao phải soạn thêm các câu hỏi và bài tập mới ?

Chúng ta đã biết hệ thống câu hỏi và bài tập trong sách giáo khoa và sách bài tập đã được biên soạn và chọn lọc, sắp xếp một cách công phu và có dụng ý rất sư phạm, rất phù hợp với trình độ kiến thức và năng lực của học sinh, phản ảnh phần nào thực tiễn đời sống xã hội và học tập gần gũi với học sinh, phù hợp với tâm lý lứa tuổi học sinh. Tuy nhiên, SGK và SBT là tài liệu dành cho tất cả học sinh thành thị cũng như nông thôn, miền núi cũng như miền xuôi, vùng kinh tế phát triển cũng như vùng gặp khó khăn … với các đặc trưng khác nhau. Vì vậy để có những bài tập phù hợp với yêu cầu của từng tiết dạy, phù hợp với từng đối tượng học sinh của mình, phù hợp với hoàn cảnh thực tế địa phương mình, ngoài việc khai thác triệt để các bài tập trong SGK, SBT. Giáo viên phải tự mình biên soạn thêm những câu hỏi và bài tập mới.

Trong việc ra đề kiểm tra chất lượng đầu năm, kiểm tra học kì , thi lên lớp, thi chọn học sinh giỏi …… thì Giáo viên ra đề cần phải có năng lực sáng tác các đề Toán mới vừa đáp ứng được các yêu cầu kiểm tra, đánh giá vừa đảm bảo tính khách quan, công bằng và bí mật (vì các đề này không nằm trong bất cứ tài liệu nào đã có).

Hơn nữa, ta đã biết *" Phương pháp giáo dục phải phát huy tính tích cực, tự giác chủ động, tư duy sáng tạo của người học: Bồi dưỡng năng lực tự học, lòng say mê học tập và ý chí vươn lên "* (Luật GD 1998, chương I , điều 4). Đó là một trong những định hướng quan trọng đổi mới phương pháp dạy học Toán là rèn luyện cho HS năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề. Muốn vậy, GV phải bồi dưỡng cho HS phải có kĩ năng tự học độc lập, thực chất là thói quen độc lập suy nghĩ, suy nghĩ sâu sắc khoa học. Một hình thức cao của công việc học tập độc lập đòi hỏi nhiều sáng tạo là việc HS tự ra lấy đề toán.

Hình thức này yêu cầu HS phải nắm vững kiến thức, phải có thực tế, phải có trình độ phân tích tổng hợp cao để làm sao vừa đặt vấn đề vừa giải quyết vấn đề thích hợp và trọn vẹn. Việc cho HS tự ra lấy đề Toán là một trong những biện pháp gắn liền nhà trường với cuộc sống, tạo điều kiện sau này có khả năng vận dụng kiến thức Toán học để giải quyết thành thạo những vấn đề do cuộc sống thực tế đặt ra. Đó cũng là biện pháp để bồi dưỡng tư duy sáng tạo cho HS trong quá trình đi tìm cái mới, các phẩm chất tư duy sáng tạo được nảy nở và phát triển.

Muốn rèn luyện cho HS khả năng tự đặt ra các đề Toán mới theo những yêu cầu nào đó, bản thân GV phải có ý thức tự rèn luyện cho mình khả năng này. Việc rèn luyện này sẽ giúp nâng cao tiềm lực của mỗi GV làm cho chúng ta cảm thấy vững vàng và tự tin hơn trong quá trình dạy học.

CƠ SỞ KHOA HỌC
KHI TẠO RA BÀI TOÁN MỚI TỪ BÀI TOÁN BAN ĐẦU

Bài Toán mới có thể là bài Toán hoàn toàn mới, cũng có thể là sự mở rộng, đào sâu những bài Toán đã biết. Thực chất khó có thể tạo ra một bài Toán hoàn toàn không có quan hệ gì về nội dung hoặc về phương pháp với những bài Toán đã có.

Vì vậy để tạo ra một bài Toán mới từ bài Toán ban đầu thì phải tuân theo các con đường sau:

1. *Lập bài Toán tương tự .*
2. *Lập bài Toán đảo.*
3. *Thêm một số yếu tố rồi đặc biệt hóa.*
4. *Bớt một số yếu tố rồi khái quát hóa.*
5. *Thay đổi một số yếu tố.*

NỘI DUNG

CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

1.**Ví dụ 1:**

Chúng ta bắt đầu từ bài toán sau:

Cho a, b $\in Z$, b > 0 . So sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+2001}{b+2001}$

(Bài 9, trang 4 SBT Toán 7, tập một NXB Giáo dục 2003)

Bài Toán này chúng ta đã có lời giải sau

Xét tích a(b+2001) = ab + 2001a

b(a+2001) = ab + 2001b

Vì b > 0 nên b + 2001 > 0

- Nếu a > b thì ab + 2001a > ab + 2001b

  a(b + 2001) > b(a + 2001)

  $\Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+2001}{b+2001}$

- Tương tự, nếu a < b thì $\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+2001}{b+2001}$

- Nếu a=b thì rõ ràng $\frac{a}{b} = \frac{a+2001}{b+2001}$

Điều đó cho ta bài toán mới tương tự như bài toán trên

Bài 1. Cho a,b $\in Z$, b > 0 . So sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+2015}{b+2015}$

Đến đây chúng ta cũng đến bài toán tổng quát sau.

Bài 2. Cho a,b $\in Z$, b > 0 và n$\in N^*$. So sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$

Giải:

Xét tích a(b+n) = ab + an

b(a+n) = ab + bn

Vì b > 0 và n $\in N^*$ nên b + n > 0

- Nếu a > b thì ab + an > ab + bn

a(b + n) > b(a + n)

$$\Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$$

- Tương tự, nếu a < b thì $\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$

- Nếu a = b thì rõ ràng $\frac{a}{b} = \frac{a+n}{b+n}$

Từ lời giải của bài toán này chúng ta lại có bài toán mới sau

Bài 3. Cho a, b $\in Z$, b > 0 và n $\in N^*$. CMR:

a) Nếu $\frac{a}{b} > 1$ thì $\frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$

b) Nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$

Giải:

a) Ta có $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow$ a > b

$\Leftrightarrow$ an > bn vì n $\in N^*$

$\Leftrightarrow$ ab + an > ab + bn

$\Leftrightarrow$ a(b+n) > b(a+n)

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n}$$

b) Chứng minh tương tự như câu a.

Điều này cho ta đề xuất các bài toán lạ sau đây:

Bài 4. So sánh hai phân số

a) $\frac{1941}{1931}$ và $\frac{2005}{1995}$

b) $\frac{1930}{1945}$ và $\frac{1990}{2005}$

Giải:

a) Ta có: $\frac{1941}{1931} > 1$ nên theo bài 3 a) Suy ra $\frac{1941}{1931} > \frac{1941+64}{1931+64} = \frac{2005}{1995}$

b) Ta có: $\frac{1930}{1945} < 1$ nên theo câu 3 b) Suy ra $\frac{1930}{1945} < \frac{1930+60}{1945+60} = \frac{1990}{2005}$

Bài 5. So sánh hai số hữu tỉ sau:

a) **A** = $\frac{1975^{1976}+1}{1975^{1975}+1}$ và **B** = $\frac{1975^{1975}+1}{1975^{1974}+1}$

b) C = $\frac{2005^{2004}+1}{2005^{2005}+1}$ và **D** = $\frac{2005^{2003}+1}{2005^{2004}+1}$

Giải:

a) Rõ ràng A > 1 vì theo câu a bài 3

Ta có: $A = \frac{1975^{1976}+1}{1975^{1975}+1} > \frac{(1975^{1976}+1)+1974}{(1975^{1975}+1)+1974} = \frac{1975^{1976}+1975}{1975^{1975}+1975}$

$$= \frac{1975(1975^{1975}+1)}{1975(1975^{1974}+1)} = \frac{1975^{1975}+1}{1975^{1974}+1} = B$$

Vậy : A > B

b) Rõ ràng C<1 vì theo câu b bài 3.

Tacó:

$$C = \frac{2005^{2004}+1}{2005^{2005}+1} < \frac{(2005^{2004}+1)+2004}{(2005^{2005}+1)+2004} = \frac{2005^{2004}+2005}{2005^{2005}+2005} = \frac{2005(2005^{2003}+1)}{2005(2005^{2004}+1)}$$

$$= \frac{2005^{2003}+1}{2005^{2004}+1} = D$$

Vậy: C < D

Từ cách giải của bài toán này ta có bài toán tổng quát sau

Bài 6. Với n, m $\in N^*$. So sánh hai số hữu tỉ

a) A = $\dfrac{n^{n+1}+1}{n^n+1}$ và B = $\dfrac{n^n+1}{n^{n-1}+1}$

b) C = $\dfrac{m^m+1}{m^{m+1}+1}$ và D = $\dfrac{m^{m-1}+1}{m^m+1}$

Giải:

a) - Nếu n =1 thì A = B.

- Nếu n > 1 thì ta thấy A > 1. Vì $n^{n+1}+1 > n^n+1$

Theo bài 3 câu a . Ta có:

$$A=\frac{n^{n+1}+1}{n^n+1}>\frac{(n^{n+1}+1)+(n-1)}{(n^n+1)+(n-1)}=\frac{n^{n+1}+n}{n^n+n}=\frac{n(n^n+1)}{n(n^{n-1}+1)}=\frac{n^n+1}{n^{n-1}+1}=B$$

Vậy: A > B.

b) - Nếu m = 1 thì C = D.

- Nếu m > 1 thì ta thấy C < 1. Vì $m^m+1<m^{m+1}+1$

Theo bài 3 câu b. Ta có

$$C=\frac{m^m+1}{m^{m+1}+1}<\frac{(m^m+1)+(m-1)}{(m^{m+1}+1)+(m-1)}=\frac{m^m+m}{m^{m+1}+m}=\frac{m(m^{m-1}+1)}{m(m^m+1)}=\frac{m^{m-1}+1}{m^m+1}=D$$

Vậy: C < D

Từ cách giải của bài 6 giúp ta đến với bài toán tổng quát hơn khái quát hơn.

Bài 7. Cho a, b, m, n, x, y $\in N^*$ thỏa mãn $x \ge a$, $y \ge b$. So sánh hai số hữu tỉ

a) A = $\dfrac{x^{n+1}+a}{x^n+a}$ và B = $\dfrac{x^n+a}{x^{n-1}+a}$

b) C = $\dfrac{y^m+b}{y^{m+1}+b}$ và D = $\dfrac{y^{m-1}+b}{y^m+b}$

Bài Toán có còn gì nữa chăng !

2. Ví dụ 2:

Chúng ta bắt đầu từ bài toán sau:

Bài 1. Phân tích đa thức $A = n^3 - n$ thành nhân tử chung.

Giải:

$A = n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n-1)(n+1) = (n-1)n(n+1)$

Từ kết quả của bài toán trên cho ta bài toán sau:

Bài 2. Với $n \in Z$. Chứng minh rằng: $A = n^3 - n$ chia hết cho 6

Giải:

Cách 1: (Xét số dư) Ta chứng minh $A \vdots 2$ và $A \vdots 3$

Ta có $A = n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n-1)(n+1)$

- Nếu $n \vdots 2$ thì $A \vdots 2$
- Nếu $n = 2k+1$ thì $n - 1 = 2k \vdots 2 \Rightarrow A \vdots 2$
- Nếu $n = 3k \Rightarrow A \vdots 3$
- Nếu $n = 3k+1$ thì $n - 1 = 3k \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 3$
- Nếu $n = 3k+2$ thì $n + 1 = 3k+3 \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 3$

Mà $(2, 3) = 1 \Rightarrow A \vdots 2.3 \Rightarrow A \vdots 6$

Cách 2: Ta có $A = n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n-1)(n+1) = (n-1)n(n+1)$

Vì $n \in Z$ nên $(n-1)n(n+1)$ là tích của ba số nguyên liên tiếp nên $A \vdots 3!$ hay $A \vdots 6$

Cách 3: (sử dụng định lý Fermat)

Ta có $n^2 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^3 \equiv n \pmod 2$ mà $n^3 \equiv n \pmod 3$

$\Rightarrow n^3 - n \vdots 6 \Rightarrow A \vdots 6$

Từ kết quả của bài toán này cho ta bài toán khó và lạ hơn.

Bài 3. Cho $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ là các số nguyên. CMR: Nếu $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \vdots 6$ thì $a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + ... + a_n^3 \vdots 6$.

Giải:

Ta có $a^3 - a \vdots 6$ $(a \in Z)$

nên $(a_1^3 - a_1) + (a_2^3 - a_2) + (a_3^3 - a_3) + ... + (a_n^3 - a_n) \vdots 6$

$\Rightarrow a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + ... + a_n^3 - (a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n) \vdots 6$

Mà $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \vdots 6$

$\Rightarrow a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + ... + a_n^3 \vdots 6$ (đpcm)

Từ cách giải trên cho ta bài toán sau

Bài 4. CMR: $A_1 = 11^3 + 12^3 + 13^3 + ... + 1945^3 \vdots 6$

Giải:

Ta có $a^3 - a \vdots 6$ ($a \in Z$);

Giải như bài 3, với $a = \overline{11,1945}$

Ta có

$$11 + 12 + 13 + ... + 1945 = \frac{1935(1945+11)}{2} = \frac{1935.1956}{2} = 1935.978 = 1935.163.6 \vdots 6$$

Do đó theo câu a suy ra $A_1 = 11^3 + 12^3 + 13^3 + ... + 1945^3 \vdots 6$

Từ cách giải bài toán này và cách giải 3 của Bài 2 cho ta bài toán sau

Bài 5.

a) CMR: $f(x) = \frac{1997x^3}{3} + \frac{1995x^2}{2} - \frac{x}{6}$ nhận giá trị nguyên khi $x \in Z$

b) CMR: $g(x) = \frac{2013x^2}{2} + \frac{2014x^3}{3} - \frac{5x}{6}$ nhận giá trị nguyên khi $x \in Z$

Giải:

a) Ta có $f(x) = \frac{1997x^3}{3} - \frac{1997x}{3} + \frac{1995x^2}{2} - \frac{1995x}{2} - \frac{x}{6} + \frac{1997x}{3} + \frac{1995x}{2}$

$$= \frac{1997(x^3 - x)}{3} + \frac{1995(x^2 - x)}{2} + \frac{-x + 3994x + 5985x}{6} = \frac{1997(x^3 - x)}{3} + \frac{1995(x^2 - x)}{2} + 1663x$$

Theo định lý Fermat: $1997(x^3 - x) \vdots 3$ và $1995(x^2 - x) \vdots 2$

Do đó f(x) nhận giá trị nguyên khi $x \in Z$

b)Ta có $\frac{2013(x^2-x)}{2}+\frac{2014(x^3-x)}{3}+1677x$

Do đó g(x) nhận giá trị nguyên khi $x \in Z$

Từ lời giải trên ta có bài toán khái quát hơn.

Bài 6.

a) CMR: $ax^2 + bx + c$ là số nguyên với mọi $x \in Z$ khi và chỉ khi 2a, a + b, và c là số nguyên.

b) CMR: $ax^3 + bx^2 + cx + d$ là số nguyên với mọi $x \in Z$ khi và chỉ khi 6a, 2b, a + b + c và d là số nguyên.

<u>Hướng dẫn:</u>

a) Ta có $ax^2+bx+c=\frac{2ax(x-1)}{2}+(a+b)x+c$

b) Ta có $ax^3+bx^2+cx+d=\frac{6a(x^3-x)}{6}+\frac{2b(x^2-x)}{2}(a+b+c)x+d$

Ta thấy A⋮ 3 nên ta lại có bài toán sau

Bài 7.

Với mọi $n \in Z$. CMR: $A_2 = n^3 - n + 2$ không phải là số chính phương

<u>Giải:</u>

$A_2 = n^3 - n + 2 = n(n^2 - 1) + 2 = n(n-1)(n+1) + 2 = (n-1)n(n+1) + 2 = B(3) + 2$

Mà số chính phương không có dạng B(3) + 2.

Vậy $A_2 = n^3 - n + 2$ không phải là số chính phương

Từ phương pháp giải bài 1, 2, 3, 4, 5 ta có bài toán tương tự sau:

Bài 8. a) Phân tích đa thức $B = n^5 - n$ thành nhân tử chung.

b)Với $n \in Z$. CMR: $B = n^5 - n$ chia hết cho 30

<u>Giải:</u>

a) $B = n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 -1)(n^2+1) = (n-1)n(n+1)(n^2+1)$

b)

Cách 1: (phân tích thành nhân tử)

Ta có B= (n-1)n(n+1)(n^2- 4+5) = (n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)+ 5(n-1)n(n+1)

mà (n-2)(n-1)n(n+1)(n+2) $\vdots$ 30 và 5(n-1)n(n+1) $\vdots$ 30

Vậy B $\vdots$ 30

Cách 2: (Xét số dư)

Ta có 30 = 2.3.5 và B = $n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2+1)$

$= (n-1)n(n+1)(n^2+1)$

Mà (n-1)n(n+1) là ba số nguyên liên tiếp nên (n-1)n(n+1) $\vdots$ 6

Ta cần chứng minh: B = $n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2+1) \vdots 5$

Lấy n chia cho 5 thì n = 5k, hoặc n = 5k $\pm$ 1 hoặc n = 5k $\pm$ 2 (k $\in$ Z.)

- Nếu n = 5k $\Rightarrow n^5 - n \vdots 5$
- Nếu n = 5k $\pm 1 \Rightarrow n^2 - 1 \vdots 5 \Rightarrow n^5 - n \vdots 5$
- Nếu n = 5k $\pm 2 \Rightarrow n^2 + 1 \vdots 5 \Rightarrow n^5 - n \vdots 5$

  Mà (5, 6) =1

  Do đó B= $n^5 - n$ chia hết cho 30 với n $\in$ Z.

Cách 3:(Dùng định lí Fermat)

Ta có $n^2 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^4 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^5 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^5 - n \vdots 2$

$n^3 \equiv n \pmod 3 \Rightarrow n^5 \equiv n^3 \pmod 3 \Rightarrow n^5 \equiv n \pmod 3 \Rightarrow n^5 - n \vdots 3$

$n^5 \equiv n \pmod 5 \Rightarrow n^5 - n \vdots 5$

$\Rightarrow n^5 - n \vdots 2.3.5 \Rightarrow B = n^5 - n \vdots 30$

Từ kết quả của bài toán trên cho ta các bài toán sau:

Bài 9. Cho $a_1, a_2, a_3, ..., a_{2013}$ là các số nguyên.

CMR: Nếu $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2013} \vdots 30$ thì $a_1^5 + a_2^5 + a_3^5 + ... + a_{2013}^5 \vdots 30$.

Giải:

Ta có $a^5 - a \vdots 30$ (a $\in$ Z)

nên $(a_1^5 - a_1) + (a_2^5 - a_2) + (a_3^5 - a_3) + ... + (a_{2013}^5 - a_{2013}) \vdots 30$

$\Rightarrow a_1^5 + a_2^5 + a_3^5 + ... + a_{2013}^5 - (a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2013}) \vdots 30$

Mà $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2013} \vdots 30$

$\Rightarrow a_1^5 + a_2^5 + a_3^5 + ... + a_{2013}^5 \vdots 30$ (đpcm)

Bài 10. CMR: $B_1 = 1930^5+1931^5+1932^5+...+2010^5 \vdots 30$

<u>Giải:</u> Ta có $a^5 - a \vdots 30$ ($a \in Z$)

Giải như bài 9, với a = $\overline{1930, 2010}$

Ta có:

$$1930 + 1931 + 1932 + ... + 2010 = \frac{81(2010+1930)}{2} = \frac{81.3940}{2} = 81.1970 = 27.197.30 \vdots 30$$

Bài 11.

a) CMR: $P(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} + \frac{7x}{15}$ nhận giá trị nguyên khi $x \in Z$

b) CMR: $Q(x) = \frac{19x^5}{5} + \frac{8x^3}{3} + \frac{27x^2}{2} + \frac{59821x}{30}$ nhận giá trị nguyên khi $x \in Z$

<u>HD:</u>

a) Ta có $P(x) = \frac{x^5 - x}{5} + \frac{x^3 - x}{3} + x$

b) Ta có $Q(x) = \frac{19(x^5 - x)}{5} + \frac{8(x^3 - x)}{3} + \frac{27(x^2 - x)}{2} + 2014x$

Ta thấy B $\vdots$ 5 nên ta lại có bài toán sau

Bài 12. Với mọi $n \in Z$. CMR:

a) $B_2 = n^5 - n + 2$ không phải là số chính phương

b) $B_3 = n^5 - n - 2$ không phải là số chính phương

<u>Giải:</u>

a) $B_2 = n^5 - n + 2 = B(5) + 2 \Rightarrow B_2$ có chữ số tận cùng bằng 2 hoặc 7

Mà số chính phương không có chữ số tận cùng bằng 2 và 7.

Vậy $B_2 = n^5 - n + 2$ không phải là số chính phương

b) $B_3 = n^5 - n - 2 = B(5) - 2 \Rightarrow B_3$ có chữ số tận cùng bằng 3 hoặc 8

Mà số chính phương không có chữ số tận cùng bằng 3 và 8.

Vậy $B_3 = n^5 - n + 2$ không phải là số chính phương

Từ phương pháp giải bài 1, 2, 3, 4, 5 ta có cũng có bài toán tương tự sau:

Bài 13.

a) Phân tích đa thức $C = n^7 - n$ thành nhân tử chung.

b) Với $n \in Z$. CMR: $C = n^7 - n$ chia hết cho 42

<u>Giải:</u>

a) $C = n^7 - n = n(n^6 - 1) = n(n^3 - 1)(n^3+1) = (n-1)n(n+1)(n^2+n+1)(n^2-n+1)$

b) *<u>Cách 1</u>*: (Xét số dư)

Ta có $C = n^7 - n = n(n^6 - 1) = n(n^3 - 1)(n^3+1) = (n-1)n(n+1)(n^2+n+1)(n^2-n+1)$

mà 42 = 2.3.7 và $(n-1)n(n+1)$ là ba số nguyên liên tiếp nên $(n-1)n(n+1) \vdots 6$

Ta cần chứng minh: $C = n^7 - n = n(n^6 - 1) = n(n^3 - 1)(n^3+1) \vdots 7$

Lấy n chia cho 7 thì $n = 7k$, hoặc $n = 7k \pm 1$ hoặc $n = 7k \pm 2$ hoặc $n = 7k \pm 3$ $(k \in Z.)$

- Nếu $n = 7k \Rightarrow n \vdots 7 \Rightarrow C \vdots 7$
- Nếu $n = 7k+1 \Rightarrow n^3 - 1 = (7k+1)^3 - 1 \equiv 0 \pmod 7 \Rightarrow C \vdots 7$
- Nếu $n = 7k+2 \Rightarrow n^3 - 1 = (7k+2)^3 - 1 \equiv 2^3 - 1 \equiv 0 \pmod 7 \Rightarrow C \vdots 7$
- Nếu $n = 7k+3 \Rightarrow n^3 + 1 = (7k+3)^3 + 1 \equiv 3^3 + 1 \equiv 0 \pmod 7 \Rightarrow C \vdots 7$
- Nếu $n = 7k - 1 \Rightarrow n^3 + 1 = (7k-1)^3 + 1 \equiv 0 \pmod 7 \Rightarrow C \vdots 7$
- Nếu $n = 7k - 2 \Rightarrow n^3 - 1 = (7k-2)^3 - 1 \equiv 2^3 - 1 \equiv 0 \pmod 7 \Rightarrow C \vdots 7$
- Nếu $n = 7k - 3 \Rightarrow n^3 - 1 = (7k-3)^3 - 1 \equiv (-3)^3 + 1 \equiv 0 \pmod 7 \Rightarrow C \vdots 7$

$\Rightarrow n^7 - n \vdots 7$

Mà $(7, 6) = 1$

Do đó $C = n^7 - n$ chia hết cho 42 với $n \in Z$.

<u>Cách 2</u>:(Dùng định lí Fermat)

Ta có $n^2 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^4 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^6 \equiv n^2 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^7 \equiv n \pmod 2$ $\Rightarrow C \vdots 2$

$n^3 \equiv n \pmod 3 \Rightarrow n^5 \equiv n^3 \pmod 3 \Rightarrow n^7 \equiv n^3 \pmod 3 \Rightarrow n^7 \equiv n \pmod 3$ $\Rightarrow C \vdots 3$

$n^7 \equiv n \pmod 7) \Rightarrow n^7 - n \vdots 7$

$\Rightarrow n^7 - n \vdots 2.3.7 \Rightarrow C = n^7 - n \vdots 42$

Từ kết quả của bài toán trên cho ta các bài toán sau:

Bài 14. Cho $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ là các số nguyên. CMR: Nếu $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \vdots 42$ thì $a_1^7 + a_2^7 + a_3^7 + ... + a_n^7 \vdots 42$.

Giải:

Ta có $a^7 - a \vdots 7$ $(a \in Z)$

nên $(a_1^7 - a_1) + (a_2^7 - a_2) + (a_3^7 - a_3) + ... + (a_n^7 - a_n) \vdots 42$

$\Rightarrow a_1^7 + a_2^7 + a_3^7 + ... + a_n^7 - (a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n) \vdots 42$

Mà $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \vdots 42$

$\Rightarrow a_1^7 + a_2^7 + a_3^7 + ... + a_n^7 \vdots 42$ (đpcm)

Từ cách giải trên cho ta bài toán sau

Bài 15. CMR: $C_1 = 27^7 + 28^7 + 29^7 + ... + 197^7 \vdots 42$

Giải: Ta có $a^7 - a \vdots 42$ $(a \in Z)$

Giải như bài 14, với $a = \overline{27,197}$

Ta có: $27 + 28 + 29 + ... + 197 = \dfrac{171(197 + 27)}{2} = \dfrac{171.224}{2} = 171.112 = 19152 = 456.42 \vdots 42$

Dựa vào cách giải 2 của Bài 13 ta có các bài toán sau

Bài 16. Với mọi $n \in Z$. CMR:

a) $C_2 = 8n^8 - n^2 + 91 \vdots 7$

b) $C_3 = 24n^8 + 18n^2 + 2014 \not\vdots 42$

Giải:

a) Ta có $C_2 = 8n^8 - n^2 + 91 = 8n(n^7 - n) + 7n^2 + 7.13$

$= 8n(n^7 - n) + 7(n^2 + 13)$

Mà $n^7 - n \vdots 7$ và $7(n^2 + 13) \vdots 7$. Do đó $C_2 \vdots 7$

b) Ta có $C_3 = 24n^8 + 18n^2 + 2014 = 24n^8 - 24n^2 + 42n^2 + 42.503 + 4$

$= 24n(n^7 - n) + 42(n^2 + 503) + 4$

Mà $n^7 - n \,\vdots\, 42$; $42(n^2 + 503) \,\vdots\, 42$ và $4 \not\vdots\, 42$. Do đó $C_3 \not\vdots\, 42$

Bài 17. CMR:

a) $C_4 = 2222^{5555} + 5555^{2222} \,\vdots\, 7$

b) $C_5 = 1890^{1930} + 1945^{1975} + 1969 \not\vdots\, 7$

c) $C_6 = 1^{2016} + 2^{2016} + 3^{2016} + 4^{2016} + 5^{2016} + 6^{2016} \not\vdots\, 7$

<u>Giải:</u>

a) Ta có $2222^6 \equiv 1 (mod 7) \Rightarrow (2222^6)^{925} \equiv 1 (mod 7) \Rightarrow 2222^{5550} \equiv 1 (mod 7)$

$\Rightarrow 2222^{5555} \equiv 2222^5 \equiv 3^5 \equiv 5 (mod 7)$

$5555^6 \equiv 1 (mod 7) \Rightarrow (5555^6)^{370} \equiv 1 (mod 7) \Rightarrow 5550^{2220} \equiv 1 (mod 7)$

$\Rightarrow 5555^{2222} \equiv 5555^2 \equiv 4^2 \equiv 2 (mod 7)$

Do đó $C_4 = 2222^{5555} + 5555^{2222} \equiv 5 + 2 \equiv 0 (mod 7)$

Vậy $C_4 = 2222^{5555} + 5555^{2222} \,\vdots\, 7$

b) Ta có $1890 \equiv 0 (mod 7)$

$1945^6 \equiv 1 (mod 7) \Rightarrow (1945^6)^{329} \equiv 1 (mod 7) \Rightarrow 1945^{1974} \equiv 1 (mod 7)$

Mà $1945 \equiv 6 \ (mod 7)$

$\Rightarrow 1945^{1975} \equiv 6 \ (mod 7) \Rightarrow 1945^{1975} + 1969 \equiv 6 + 1969 \equiv 1975 \equiv 1 \ (mod 7)$

Do đó $C_5 = 1890^{1930} + 1945^{1975} + 1969 \not\vdots\, 7$

c) Ta có $a^6 \equiv 1 (mod 7)$ với $(a,7) = 1 \Rightarrow (a^6)^{336} \equiv 1 (mod 7) \Rightarrow a^{2016} \equiv 1 (mod 7)$

Do đó $C_6 = 1^{2016} + 2^{2016} + 3^{2016} + 4^{2016} + 5^{2016} + 6^{2016} \equiv 1+1+1+1+1+1 \equiv 6$ (mod7)

Vậy $C_6 = 1^{2016} + 2^{2016} + 3^{2016} + 4^{2016} + 5^{2016} + 6^{2016} \not\vdots\, 7$

Từ cách giải 1 của Bài 13 (xét số dư) ta có bài toán sau

Bài 18. Tìm số tự nhiên n để: $C_7 = 2^n - 1 \vdots 7$

Giải:

Ta có $2^3 \equiv 1(\text{mod}7)$. Lấy n chia cho 3 ta có n = 3k, n = 3k+1, n = 3k +2

- Nếu n = 3k thì $2^n - 1 = 2^{3k} - 1 = 8^k - 1 \vdots 7$
- Nếu n = 3k +1 thì $2^n - 1 = 2^{3k+1} - 1 = 2.8^k - 1 \equiv 1(\text{mod}7)$
- Nếu n = 3k +2 thì $2^n - 1 = 2^{3k+2} - 1 = 4.8^k - 1 \equiv 3\ (\text{mod}7)$

Vậy $C_7 = 2^n - 1 \vdots 7$ khi $n \vdots 3$

Từ kết quả của bài này cho ta bài toán sau

Bài 19. Tìm số tự nhiên n để: $C_8 = 2^n + 1 \not\vdots\ 7$ với mọi $n \in N$

Giải:

Ta có n = 3k + r ,với r =1, 2, 3 ($k \in N$)

$2^n + 1 = 2^{3k+r} + 1 = 2^r.\ 2^{3k} + 1 = 2^r\ 8^k + 1 \equiv 2^r + 1(\text{mod}7)$

+ Với r = 0 thì $2^r + 1 \equiv 2(\text{mod}7)$

+ Với r = 1 thì $2^r + 1 \equiv 3(\text{mod}7)$

+ Với r = 2 thì $2^r + 1 \equiv 5(\text{mod}7)$

Vậy: $C_8 = 2^n + 1 \not\vdots\ 7$ với mọi $n \in N$

Từ cách giải của bài này ta lại có bài toán sau

Bài 20. Tìm số tự nhiên n để: $C_9 = 2^{2n} + 2^n + 1 \vdots 7$

Giải:

Ta có n = 3k + r ,với r =1, 2, 3 ($k \in N$)

$C_9 = 2^{2n} + 2^n + 1 = 2^{6k+2r} + 2^{3k+r} + 1 = 2^{6k}.2^{2r} + 2^{3k}.2^r + 1$

$= 2^{2r}(2^{6k} - 1) + 2^r(2^{3k} - 1) + 2^{2r} + 2^r + 1 \equiv 2^{2r} + 2^r + 1(\text{mod}7)$

+ Với r = 0 thì $2^{2r} + 2^r + 1 \equiv 3\ (\text{mod}7)$

+ Với r = 1 thì $2^{2r} + 2^r + 1 \equiv 7 \equiv 0\ (\text{mod}7)$

+ Với r = 2 thì $2^{2r} + 2^r + 1 \equiv 21 \equiv 0\ (\text{mod}7)$

Vậy $n \not\vdots\ 3$ thì $C_9 = 2^{2n} + 2^n + 1 \vdots 7$

Từ cách giải 1 của Bài 13 (xét số dư) ta lại có bài toán sau

Bài 21. CMR: Nếu $n \not\vdots 7$ thì $n^3 - 1$ hoặc $n^3 + 1$ chia hết cho 7

<u>Giải:</u> Vì $n \not\vdots 7$ nên $n = 7k \pm 1$ hoặc $n = 7k \pm 2$ hoặc $n = 7k \pm 3$ ($k \in Z$.)

- Nếu $n = 7k+1 \Rightarrow n^3 - 1 = (7k+1)^3 - 1 \equiv 0 \pmod 7$
- Nếu $n = 7k+2 \Rightarrow n^3 - 1 = (7k+2)^3 - 1 \equiv 2^3 - 1 \equiv 0 \pmod 7$
- Nếu $n = 7k+3 \Rightarrow n^3 + 1 = (7k+3)^3 + 1 \equiv 3^3 + 1 \equiv 0 \pmod 7$
- Nếu $n = 7k - 1 \Rightarrow n^3 + 1 = (7k-1)^3 + 1 \equiv 0 \pmod 7$
- Nếu $n = 7k - 2 \Rightarrow n^3 - 1 = (7k-2)^3 - 1 \equiv 2^3 - 1 \equiv 0 \pmod 7$
- Nếu $n = 7k - 3 \Rightarrow n^3 - 1 = (7k-3)^3 - 1 \equiv (-3)^3 + 1 \equiv 0 \pmod 7$

Vậy: Nếu $n \not\vdots 7$ thì $n^3 - 1 \vdots 7$ hoặc $n^3 + 1 \vdots 7$

Dựa vào cách giải 2 của Bài 13 (dùng định lí Fermat) . Ta có các bài toán sau

Bài 22. CMR: $D = n^{11} - n \vdots 66$ với $n \in Z$

<u>Giải:</u>

Ta có $n^2 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^4 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^8 \equiv n^2 \equiv n \pmod 2$

$\Rightarrow n^{10} \equiv n^2 \equiv n \pmod 2 \Rightarrow n^{11} - n \pmod 2 \Rightarrow D \vdots 2$

$n^3 \equiv n \pmod 3 \Rightarrow n^9 \equiv n^3 \equiv n \pmod 3 \Rightarrow n^{11} \equiv n^3 \pmod 3$

$\Rightarrow n^{11} \equiv n \pmod 3 \Rightarrow D \vdots 3$

$n^{11} \equiv n \pmod{11} \Rightarrow n^{11} - n \vdots 11$

Mà $(2,3,11) = 1$

$\Rightarrow n^{11} - n \vdots 2.3.11 \Rightarrow D = n^{11} - n \vdots 66$

Từ kết quả của bài toán này ta có các bài toán sau

Bài 23. Cho $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ là các số nguyên. CMR: Nếu $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \vdots 66$ thì $a_1^{11} + a_2^{11} + a_3^{11} + ... + a_n^{11} \vdots 66$.

<u>Giải:</u>

Ta có $a^{11} - a \vdots 11$ ($a \in Z$)

nên $(a_1^{11} - a_1) + (a_2^{11} - a_2) + (a_3^{11} - a_3) + ... + (a_n^{11} - a_n) \vdots 66$

$\Rightarrow a_1^{11} + a_2^{11} + a_3^{11} + ... + a_n^{11} - (a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n) \vdots 66$

Mà $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \vdots 66$

$\Rightarrow a_1^{11} + a_2^{11} + a_3^{11} + ... + a_n^{11} \vdots 66$ (đpcm)

Bài 24. CMR: $D_1 = 1^{2662} + 2^{2662} + 3^{2662} + ... + 2013^{2662} \vdots 11$

<u>Giải:</u>

Ta có $a^{11} \equiv a \pmod{11}$

$\Rightarrow a^{121} \equiv a^{11} \equiv a \pmod{11}$

$\Rightarrow a^{1331} \equiv a^{11} \equiv a \pmod{11}$

$\Rightarrow a^{2662} \equiv a^2 \pmod{11}$

Xét hiệu : $1^{2662} + 2^{2662} + 3^{2662} + ... + 2013^{2662} - (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 2013^2) =$

$(1^{2662} - 1^2) + (2^{2662} - 2^2) + (3^{2662} - 3^2) + ... + (2013^{2662} - 2013^2) \vdots 11$

Mà $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 2013^2 = \dfrac{2013.2014.4027}{6} = 671.1007.4027 = 11.61.1007.4027 \vdots 11$

Vậy: $D_1 = 1^{2662} + 2^{2662} + 3^{2662} + ... + 2013^{2662} \vdots 11$

Bài 25. Cho $D_2 = 1^{14641} + 2^{14641} + 3^{14641} + ... + 2012^{14641}$. CMR:

a) $D_2 \vdots 22$

b) $D_2 \vdots 33$

c) $D_2 \vdots 66$

<u>Giải:</u>

Theo định lí Fermat, ta có

$a^{11} \equiv a \pmod{11}$

$\Rightarrow a^{121} \equiv a^{11} \equiv a \pmod{11}$

$\Rightarrow a^{1331} \equiv a^{11} \equiv a \pmod{11}$

$\Rightarrow a^{14641} \equiv a \pmod{11}$ (*)

$a^{11} \equiv a \pmod{2}$

$\Rightarrow a^{121} \equiv a^{11} \equiv a \pmod{2}$

$\Rightarrow a^{1331} \equiv a^{11} \equiv a \pmod{2}$

$\Rightarrow a^{14641} \equiv a \pmod{2}$ (**)

$a^{11} \equiv a \pmod{3}$

$\Rightarrow a^{121} \equiv a^{11} \equiv a \pmod{3}$

$\Rightarrow a^{1331} \equiv a^{11} \equiv a \pmod{3}$

$\Rightarrow a^{14641} \equiv a \pmod{3}$ (***)

Từ (*) và (**) $\Rightarrow a^{14641} \equiv a \pmod{22}$

Từ (*) và (***) $\Rightarrow a^{14641} \equiv a \pmod{33}$

Từ (*),(**)và (***) $\Rightarrow a^{14641} \equiv a \pmod{66}$

a) Xét hiệu :

$1^{14641} + 2^{14641} + 3^{14641} + ... + 2012^{14641} - (1 + 2 + 3 + ... +2012)$

$= (1^{14641} - 1) + (2^{14641} - 2) + (3^{14641} - 3) + ... + (2013^{14641} - 2013) \vdots 22$

Mà $1+2+3+...+2012 = \dfrac{2012.2013}{2} = 1006.2013 = 503.2.11.3.61 \vdots 22$

Vậy: $D_2 \vdots 22$

b)

Xét hiệu : $1^{14641} + 2^{14641} + 3^{14641} + ... + 2012^{14641} - (1 + 2 + 3 + ... + 2012) =$ $(1^{14641} - 1) + (2^{14641} - 2) + (3^{14641} - 3) + ... + (2013^{14641} - 2013) \vdots 33$

Mà $1+2+3+...+2012 = \dfrac{2012.2013}{2} = 1006.2013 = 503.2.11.3.61 \vdots 33$

Vậy: $D_2 \vdots 33$

c)

Xét hiệu : $1^{14641} + 2^{14641} + 3^{14641} + ... + 2012^{14641} - (1 + 2 + 3 + ... + 2012) =$ $(1^{14641} - 1) + (2^{14641} - 2) + (3^{14641} - 3) + ... + (2013^{14641} - 2013) \vdots 66$

Mà $1+2+3+...+2012 = \dfrac{2012.2013}{2} = 1006.2013 = 503.2.11.3.61 \vdots 66$

Vậy: $D_2 \vdots 66$

Bài 26. Tìm số dư khi chia 4362^{4362} cho 11

<u>Giải:</u>

Ta có (4362, 11) = 1 nên theo định lí Fermat, ta có

$4362^{10} \equiv 1 \pmod{11}$

$\Rightarrow 4362^{4360} \equiv 1 \pmod{11}$

$\Rightarrow 4362^{4362} \equiv 4362^2 \equiv 6^2 \equiv 3 \pmod{11}$

Vậy 4362^{4362} cho 11 dư 3

Bài 27. Với mọi n $\in$Z. CMR:

a) $D_3 = 2013n^{12} - 2002n^2 + 2013 \,\vdots\, 11$

b) $D_4 = 2011n^{12} - 1945n^2 + 2014 \,\not\vdots\, 66$

<u>Giải:</u>

a) Ta có $D_3 = 2013n^{12} - 2013n^2 + 11n^2 + 2013$

$= 2013n(n^{11} - n) + 11(n^2 + 183)$

Mà $n^{11} - n \,\vdots\, 11$

Do đó $D_3 = 2013n^{12} - 2002n^2 + 2013 \,\vdots\, 11$

b) Ta có $D_4 = 2011n^{12} - 1945n^2 + 2014$

$= 2011n^{12} - 2011n^2 + 66n^2 + 66.30 + 34$

$= 2011n(n^{11} - n) + 66(n^2 + 30) + 34$

Mà $n^{11} - n \,\vdots\, 66$; $66(n^2 + 30) \,\vdots\, 66$ và $34 \,\not\vdots\, 66$

Do đó $D_4 = 2011n^{12} - 1945n^2 + 2014 \,\not\vdots\, 66$

Bài 28. CMR: $D_5 = 1^{2010} + 2^{2010} + 3^{2010} + ... + 11^{2010} \,\not\vdots\, 11$

<u>Giải</u>: Ta có (a,11) = 1 ($a = \overline{1,10}$)

$\Rightarrow a^{10} \equiv 1 \pmod{11} \Rightarrow a^{2010} \equiv 1 \pmod{11}$

Mà $11^{2010} \equiv 0 \pmod{11}$

Do đó $D_5 = 1^{2010} + 2^{2010} + 3^{2010} + ... + 11^{2010} \equiv \underbrace{1+1+1+...+1}_{10} + 0 \equiv 10 \pmod{11}$

Vậy: $D_5 = 1^{2010} + 2^{2010} + 3^{2010} + ... + 11^{2010} \,\not\vdots\, 11$

Bài 29.

Tìm số dư trong phép chia $K = 2012^{2013} + 2013^{2014} + 2014^{2015}$ cho 2011.

<u>Giải</u>:

Ta có $2012 \equiv 1 \pmod{2011} \Rightarrow 2012^{2013} \equiv 1 \pmod{2011}$ (1)

Ta có 2011 là số nguyên tố mà (2013;2011) = 1 và (2014;2011) = 1

Nên theo định lí Fermat: $2013^{2010} \equiv 1 \pmod{2011}$

Mà $2013 \equiv 2 \pmod{2011} \Rightarrow 2013^4 \equiv 2^4 \equiv 16 \pmod{2011}$

$\Rightarrow 2013^{2014} \equiv 16 \pmod{2011}$ (2)

Tương tự:

$2014^{2010} \equiv 1 \pmod{2011}$

Mà $2014 \equiv 3 \pmod{2011} \Rightarrow 2014^5 \equiv 3^5 \equiv 243 \pmod{2011}$

$\Rightarrow 2014^{2015} \equiv 243 \pmod{2011}$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $K = 1 + 16 + 243 \equiv 260 \pmod{2011}$

Vậy Số dư khi chia K cho 2011 là 260.

Bài 30.

Tìm số dư trong phép chia $L = 1954^{1930} + 1955^{1930} + 1956^{1930} + ... + 2014^{1930}$ cho 1931

<u>Giải</u>:

Ta có 1931 là số nguyên tố và 1954 = 1931 + 23 $\Rightarrow$ (1954;1931) = 1

$\Rightarrow 1954 + a = 1931 + 23 + a$, với $a = \overline{0,60}$ $\Rightarrow$ (1954+a;1931) = 1

Nên theo định lí Fermat: $(1954 + a)^{1930} \equiv 1 \pmod{1931}$

Do đó

$L = 1954^{1930} + 1955^{1930} + 1956^{1930} + ... + 2014^{1930} \equiv \underbrace{1+1+1+...+1}_{61}$

$\equiv 61 \pmod{1931}$

Vậy Số dư khi chia L cho 1931 là 61.

3. Ví dụ 3:

Chúng ta bắt đầu bài toán sau

<u>Bài 1</u>. Phân tích đa thức $A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4$ thành nhân tử

<u>Giải</u>: Ta có $A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4$

$= (x+y)(x+4y)(x+2y)(x+3y) + y^4$

$= (x^2 +5xy + 4y^2)(x^2 +5xy + 6y^2) + y^4$

Đặt $t = x^2 +5xy + 5y^2$

$\Rightarrow A = (t - y^2)(t + y^2) + y^4$

$= t^2 - y^4 + y^4 = t^2$

Do đó $A = (x^2 +5xy + 5y^2)^2$

Từ kết quả của bài toán này cho ta bài toán mới sau

Bài 2. CMR: với mọi $x, y \in Z$ thì $A_1 = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4$ là số chính phương.

Giải: Ta có $A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4$

$= (x+y)(x+4y)(x+2y)(x+3y) + y^4$

$= (x^2 +5xy + 4y^2)(x^2 +5xy + 6y^2) + y^4$

Đặt $t = x^2 +5xy + 5y^2$

$\Rightarrow A_1 = (t - y^2)(t + y^2) + y^4$

$= t^2 - y^4 + y^4 = t^2$

$\Rightarrow A_1 = (x^2 +5xy + 5y^2)^2$

Vì $x, y \in Z$ nên $x^2 +5xy + 5y^2 \in Z$

$\Rightarrow A_1 = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4$ là số chính phương.

Từ cách giải trên cho ta các bài toán sau

Bài 3.

a) Giải phương trình: $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8) = 65$
b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A_2 = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 2015$
c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A_3 = 1890 - (x+3)(x+6)(x+9)(x+12)$

Từ Bài 1 ta cho $y = 1$ và $x \in Z$ thì $A = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1 = (x^2 + 5x +5)^2$.

Do đó ta có bài toán tổng quát sau

Bài 4.

a) CMR: Tích của bốn số tự nhiên liên tiếp thêm 1 là một số chính phương.
b) CMR: Tích của bốn số tự nhiên liên tiếp không phải là số chính phương

Giải:

a) Giải như bài 1 ta có $A_4 = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1 = (x^2 + 5x +5)^2$.

b) Bốn số tự nhiên liên tiếp có dạng n, n+1, n+2, n+3

Ta có $A_5 = n(n+1)(n+2)(n+3)$

$= (n^2+3n)(n^2+3n+2)$

$= (n^2+3n)^2 + 2(n^2+3n)$

Suy ra $(n^2+3n)^2 < A_5 < (n^2+3n+1)^2$

Vậy $A_5 = n(n+1)(n+2)(n+3)$ không phải là số chính phương

Từ kết quả câu a của bài này cho ta bài toán mới lạ hơn.

Bài 5. Cho S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 +... + 2012.2013.2014. Chứng minh rằng: 4S + 1 là số chính phương.

Giải:

Ta có $k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4}k(k+1)(k+2)\left[(k+3)-(k-1)\right]$

$= \frac{1}{4}k(k+1)(k+2)(k+3) - \frac{1}{4}(k-1)k(k+1)(k+2)$ với k = $\overline{1,2012}$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{4}1.2.3.4 - \frac{1}{4}.0.1.2.3 + \frac{1}{4}.2.3.4.5 - \frac{1}{4}.1.2.3.4 + ... + \frac{1}{4}2012.2013.2014.2015 - \frac{1}{4}2011.2012.2013.2014$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{4}2012.2013.2014.2015$$

Do đó 4S + 1 = 2012.2013.2014.2015 + 1 là tích của bốn số tự nhiên liên tiếp cộng thêm 1 là số chính phương.

Vậy: 4S + 1 là số chính phương.

Từ đó ta có bài toán tổng quát sau

Bài 6. Cho S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 +... + n(n+1)(n+2) và $n \in N$.

Chứng minh rằng: 4S + 1 là số chính phương.

4. Ví dụ 4:

Chúng ta bắt đầu từ bài toán sau:

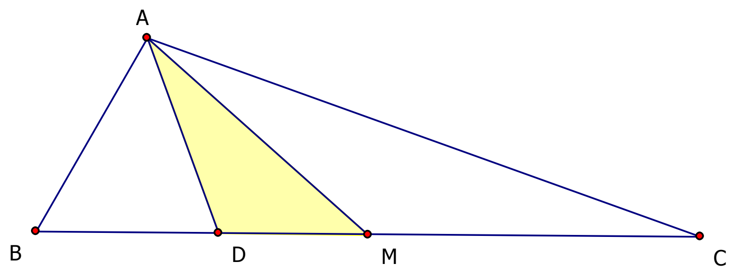
Bài 1.

a) Cho tam giác ABC với đường trung tuyến AM và đường phân giác AD. Tính diện tích tam giác ADM, biết AB = m, AC = n (n > m) và diện tích của tam giác ABC là S.

b) Cho n = 7 cm, m = 3 cm, hỏi diện tích tam giác ADM chiếm bao nhiêu phần trăm diện tích tam giác ABC?

(Bài 21 trang 68 SGK Toán 8)

<u>Giải:</u>



a) Giả sử ΔABC có AB < AC (1)

Vì AD là phân giác của góc A nên $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$ (2)

Từ (1), (2) suy ra DB < DC .Do đó điểm D nằm giữa B và M

Ta có $\frac{S_{ADB}}{S_{ADC}} = \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$\frac{S_{ADB}}{S_{ADC} + S_{ADB}} = \frac{AB}{AC + AB}$ hay $\frac{S_{ADB}}{S_{ABC}} = \frac{AB}{AC + AB}$ suy ra $S_{ADB} = \frac{S_{ABC}.AB}{AC + AB}$ (3)

Vì AM là trung tuyến nên $S_{ABM} = S_{ACM} = \frac{S_{ABC}}{2}$ (4)

Do đó $S_{ADM} = S_{ABM} - S_{ADB}$ (5)

Từ (3), (4), (5) suy ra $S_{ADM} = \frac{S_{ABC}}{2}.\frac{AC - AB}{AB + AC}$ hay $S_{ADM} = \frac{S}{2}.\frac{n - m}{m + n}$

b) $S_{ADM} = \frac{S}{2}.\frac{n-m}{m+n} \Rightarrow \frac{S_{ADM}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2}.\frac{7-3}{7+3} = 20\%$

Vậy diện tích tam giác ADM chiếm 20% diện tích tam giác ABC.

Từ kết quả của bài toán trên cho ta bài toán tổng quát sau:

Bài 2. Tỉ số diện tích giới hạn bởi đường trung tuyến, đường phân giác của góc A và cạnh BC đối với diện tích tam giác ABC. Kí hiệu là TS_{ABC}^{A}.

a) CMR: $TS_{ABC}^{A} = \frac{1}{2}\left|\frac{AB-AC}{AB+AC}\right|$

b) Áp dụng: Với AB = 10 cm. Xác định độ dài cạnh AC của ΔABC để $S_{ADM} = 25\%\ S_{ABC}$.

<u>Giải:</u>

a) Giả sử ΔABC có AB < AC (1)

Vì AD là phân giác của góc A nên $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$ (2)

Từ (1), (2) suy ra DB < DC $\Rightarrow$ 2BD < DC + BD

$\Rightarrow BD < \frac{BC}{2} = BM$ .Do đó điểm D nằm giữa B và M

Ta có $\frac{S_{ADB}}{S_{ADC}} = \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$\frac{S_{ADB}}{S_{ADC}+S_{ADB}} = \frac{AB}{AC+AB}$ hay $\frac{S_{ADB}}{S_{ABC}} = \frac{AB}{AC+AB}$ suy ra $S_{ADB} = \frac{S_{ABC}.AB}{AC+AB}$ (3)

Vì AM là trung tuyến nên $S_{ABM} = S_{ACM} = \frac{S_{ABC}}{2}$ (4)

Do đó $S_{ADM} = S_{ABM} - S_{ADB}$ (5)

Từ (3), (4), (5) suy ra $S_{ADM} = \frac{S_{ABC}}{2}.\frac{AC-AB}{AB+AC}$

Hay $\frac{S_{ADB}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2}\left|\frac{AC-AB}{AB+AC}\right|$

Vậy $TS_{ABC}^{A} = \frac{1}{2}\left|\frac{AB-AC}{AB+AC}\right|$.

b) Theo câu a và giả thiết ta có

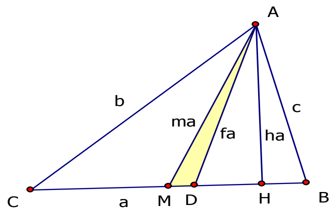
$$TS_{ABC}^{A} = \frac{1}{2}\left|\frac{AB-AC}{AB+AC}\right| = \frac{1}{4} \Rightarrow \left|\frac{AB-AC}{AB+AC}\right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} AB-AC=\frac{1}{2} \\ AB-AC=-\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} AC=\frac{10}{3} \\ AC=30 \end{array}\right.$$

Vậy AC = 30 (cm) hoặc AC = $\frac{10}{3}$ (cm) thì S_{ADM} = 25% S_{ABC}

Từ kết quả của bài toán này cho ta bài toán mới sau

Bài 3. Tỉ số diện tích giới hạn bởi đường trung tuyến, đường phân giác của góc A và cạnh BC đối với diện tích tam giác ABC. Kí hiệu là TS_{ABC}^{A}.

CMR: $TS_{ABC}^{A} = \frac{1}{2}\left|\frac{AB-AC}{AB+AC}\right| = \frac{1}{2}.\left|\frac{\sin B - \sin C}{\sin B + \sin C}\right|$



Giả sử ΔABC có AB < AC (1)

Vì AD là phân giác của góc A nên $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$ (2)

Từ (1), (2) suy ra DB < DC $\Rightarrow$ 2BD < DC + BD

$\Rightarrow BD < \frac{BC}{2} = BM$. Do đó điểm D nằm giữa B và M

$\Rightarrow$ DM = BM – BD = $\frac{BC}{2} - BD$

Từ (2) suy ra $BD = \frac{AB.DC}{AC} = \frac{AB(BC-BD)}{AC} = \frac{AB.BC - AB.BD}{\text{AC}}$

$\Rightarrow$ BD.AC = AB.BC – AB.BD $\Rightarrow$ BD(AB + AC) = AB.BC

$\Rightarrow BD = \frac{AB.BC}{AB+AC}$

$\Rightarrow DM = \frac{BC}{2} - \frac{AB.BC}{AB+AC} = \frac{BC(AB+AC) - 2AB.BC}{2(AB+AC)}$

Ta có $TS_{ABC}^{A} = \frac{AH.DM}{AH.BC} = \frac{DM}{BC} = \frac{BC(AB+AC)-2AB.BC}{2(AB+AC).BC} = \frac{1}{2}.\frac{AC-AB}{AB+AC}$

Vì dạng tổng quát: AB có thể lớn hơn, nhỏ hơn hoặc bằng AC

Nên ta có: $TS_{ABC}^{A} = \frac{1}{2}\left|\frac{AB-AC}{AB+AC}\right|$(a)

Ta có $AB = \frac{AH}{\sin B}$ và $AC = \frac{AH}{\sin C}$ (trong Δ ABH vuông tại H, Δ ACH vuông tại H)

$$\Rightarrow TS_{ABC}^{A} = \frac{1}{2}\left|\frac{\frac{AH}{\sin B}-\frac{AH}{\sin C}}{\frac{AH}{\sin B}+\frac{AH}{\sin C}}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{\frac{1}{\sin B}-\frac{1}{\sin C}}{\frac{1}{\sin B}+\frac{1}{\sin C}}\right| = \frac{1}{2}\left|\frac{\sin C-\sin B}{\sin B+\sin C}\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|\frac{\sin B-\sin C}{\sin B+\sin C}\right| \text{ (b)}$$

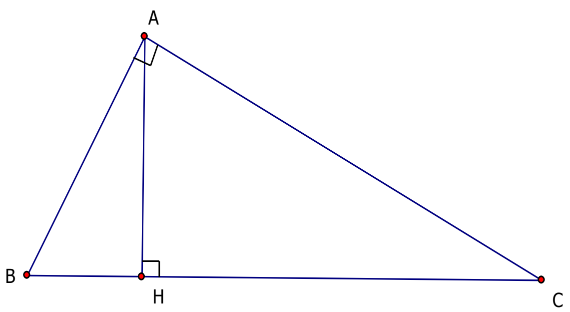
Từ (a) và (b) suy ra: $TS_{ABC}^{A} = \frac{1}{2}\left|\frac{AB-AC}{AB+AC}\right| = \frac{1}{2}.\left|\frac{\sin B-\sin C}{\sin B+\sin C}\right|$ (đpcm).

5.Ví dụ 5:

Chúng ta bắt đầu từ bài toán đơn giản sau:

Bài toán : (Sau khi học sinh lớp 8 học xong bài trường hợp đồng dạng của hai tam giác trường hợp góc – góc)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH (H$\in$BC). Tìm các tam giác đồng dạng với nhau.



Giải: ΔHBA $\backsim$ ΔHAC $\backsim$ ΔABC

Từ kết quả của bài toán trên cho ta bài toán sau:

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.(H$\in$BC)

1. CMR:

a) $AB^2 = BC.HB$, $AC^2 = BC.HC$

b) $BC^2 = AB^2 + AC^2$

c) $AH.BC = AB.AC$

d) $AH^2 = HB.HC$

e) $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

2. Tính AB, BC, AC. Biết AH = 12 cm; HC = 16 cm

3. Biết AB = 6cm; HC = 9cm. Tính BC.

Từ kết quả của bài này cho ta bài toán mới sau

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Qua H kẻ HE vuông góc với AB, HF vuông góc với AC ($E \in AB$, $F \in AC$). CMR:

a) AE.AB = AF.AC

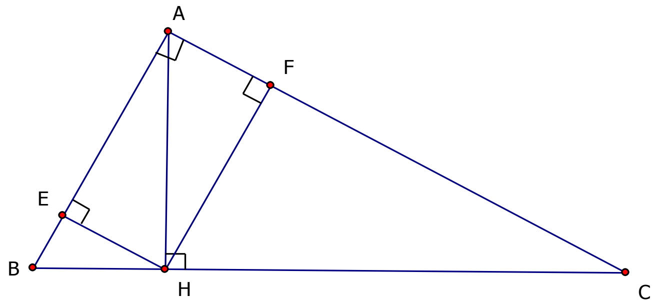
b) $AE.EB + AF.FC = AH^2$

c) $\frac{AB^3}{AC^3} = \frac{BE}{CF}$

d) $\sqrt[3]{BC^2} = \sqrt[3]{BE^2} + \sqrt[3]{CF^2}$

e) Tính số đo góc B và góc C khi $AH^2 = 4AE.AF$

<u>Giải:</u>

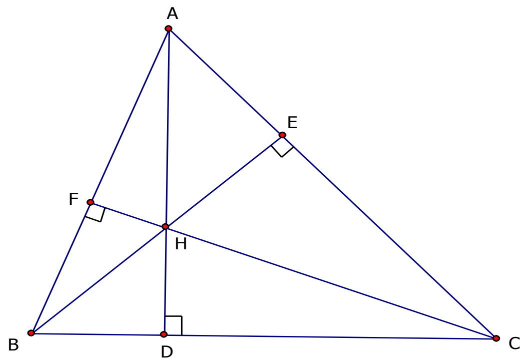


6.Ví dụ 6:

Chúng ta bắt đầu từ bài toán đơn giản sau:

Cho tam giác nhọn ABC có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Hãy tìm các cặp tam giác đồng dạng với nhau.

Giải:



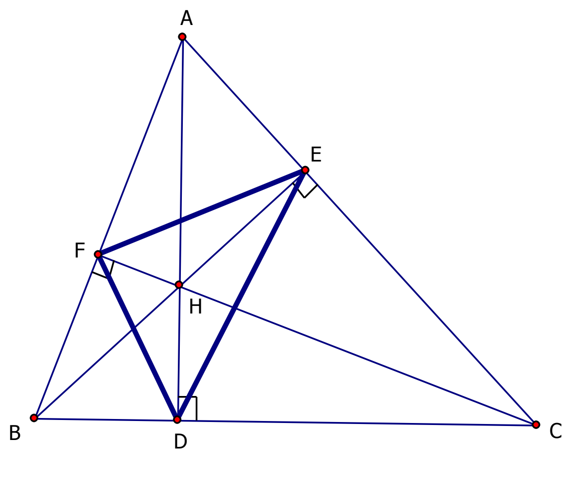
$\Delta ABE \backsim \Delta ACF$; $\Delta AHE \backsim \Delta ACD$; $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$;.....

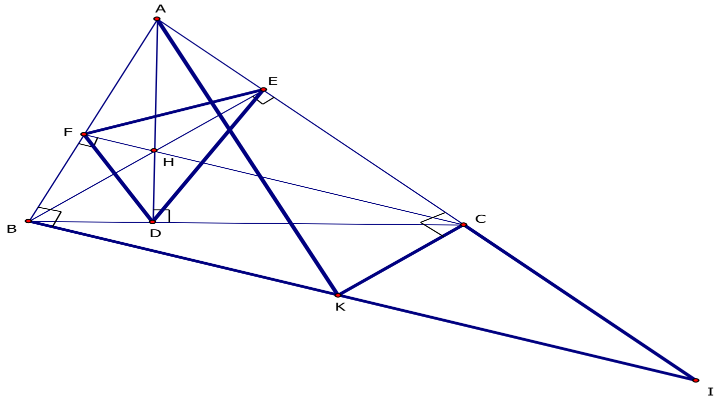
Từ kết quả của bài toán trên cho ta bài toán sau:

Bài 1. Cho tam giác nhọn ABC có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

1. CMR:
   a) AE.AC = AF.AB = AH.AD
   b) HA.HD = HB.HE = HC.HF
   c) $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 2(AH.AD + BH.BE + CH.CF)$
   d) H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF
   e) $\frac{HD}{AD}+\frac{HE}{BE}+\frac{HF}{CF}=\frac{DB}{DC}.\frac{EC}{EA}.\frac{FA}{FB}=\frac{CB}{CD}.\frac{HD}{HA}.\frac{FA}{FB}$
2. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường thẳng AC tại I, qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt BI tại K. CMR: $EF \perp AK$

HD:





Bài 2. Cho tam giác nhọn ABC, biết BC = a, AC = b, AB = c. Gọi S, p, r, R lần lượt là diện tích, nửa chu vi, bán kính đường tròn nội tiếp, bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

Hãy tìm các kết luận của bài toán trên và chứng minh các kết luận đó.

HD:

Chứng minh rằng:

a) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

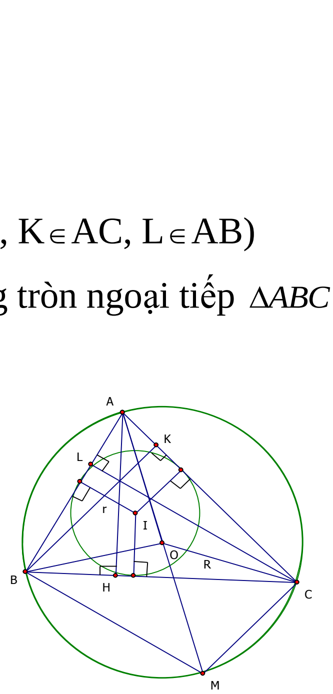
b) S = $\frac{1}{2}bc\sin A = pr = \sqrt{p(p-a)p-b)(p-c)} = \frac{abc}{4R}$

c) $1 < \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < 2$

Giải:

Kẻ các đường cao AH, BK, CL của ΔABC (H$\in$BC, K$\in$AC, L$\in$AB)

I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC, O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Kéo dài OA cắt đường tròn (O) tại M



a) Ta có $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{a}{\dfrac{CL}{b}}=\dfrac{ab}{CL}$; $\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{b}{\dfrac{CL}{a}}=\dfrac{ab}{CL}\Rightarrow\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ (1)

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{a}{\frac{BK}{c}}=\frac{ac}{BK};\frac{c}{\sin C}=\frac{c}{\frac{BK}{a}}=\frac{ac}{BK}\Rightarrow\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}\ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ (3)

Ta có : ABMC là tứ giác nội tiếp đường tròn (O;R)

$\Rightarrow AMB=ACB=C$

Ba điểm A, O, M thẳng hàng; A và M thuộc đường tròn (O;R)

$\Rightarrow$AM là đường kính của đường tròn (O;R)

$\Rightarrow AMB=90^0$ và AM = 2R

Ta có $\dfrac{c}{\sin C}=\dfrac{c}{\sin AMB}=\dfrac{c}{\dfrac{c}{AM}}=AM=2R$ (4) (ΔABM vuông tại B)

Từ (3) và (4) suy ra $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$ (đpcm)

b) Ta có: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}c.CL=\dfrac{1}{2}c.b\sin A=\dfrac{1}{2}bc\sin A$ (*)

$$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta IAB}+S_{\Delta IBC}+S_{\Delta IAC}=\frac{1}{2}AB.r+\frac{1}{2}BC.r=\frac{1}{2}AC.r$$

$$=\frac{1}{2}.r(AB+BC+CA)=r.\frac{a+b+c}{2}=p.r\ (**)$$

Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông, ta có:

$AB^2 - BH^2 = AC^2 - HC^2$

$\Leftrightarrow AB^2 - (BC - CH)^2 = AC^2 - HC^2$

$\Leftrightarrow AB^2 - (BC^2 - 2BC.CH + CH^2) = AC^2 - HC^2$

$\Leftrightarrow CH = \dfrac{AC^2+BC^2-AB^2}{2BC}=\dfrac{b^2+a^2-c^2}{2a}$

$\Rightarrow CH^2 = \left(\dfrac{b^2+a^2-c^2}{2a}\right)^2$

$\Rightarrow$ AH^2 = c^2 - $\left(\dfrac{b^2+a^2-c^2}{2a}\right)^2$

$$S_{ABC}^2=\frac{AH^2.BC^2}{4}=\left[c^2-\left(\frac{b^2+a^2-c^2}{2a}\right)^2\right].\frac{1}{4}.a^2$$

$$=\frac{\left[4a^2c^2-(b^2+a^2-c^2)^2\right].a^2}{16a^2}=\frac{(2ac+b^2+a^2-c^2)(2ac-b^2-a^2+c^2)}{16}$$

$$=\frac{(a+b+c)(a+b-c)(c-a+b)(c+a-b)}{16}=\frac{2p(2p-2a)(2p-2b)(2p-2c)}{16}$$

$= p(p-a)(p-b)(p-c)$

$\Rightarrow S_{ABC}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (***)

Từ câu a) $\dfrac{a}{\sin A}=2R\Rightarrow a=2R\sin A=2R.\dfrac{CL}{b}$

$\Rightarrow$ ab = 2R.CL $\Rightarrow$ abc = 2R.CL.c = 2R.2S_{ABC}

$\Leftrightarrow abc=4R.S_{ABC}\Leftrightarrow S_{ABC}=\dfrac{abc}{4R}$ (****)

Từ (*),(**), (***),(****), ta có

S = $\dfrac{1}{2}bc\sin A=pr=\sqrt{p(p-a)p-b)(p-c)}=\dfrac{abc}{4R}$ (đpcm)

3. a, b, c là 3 cạnh của ΔABC suy ra a, b, c > 0

nên ta có a +b >c; b+c >a; a +c >b

$\Rightarrow \dfrac{a}{b+c}<1\Rightarrow\dfrac{a}{b+c}<\dfrac{2a}{a+b+c}$

$\Rightarrow \dfrac{b}{c+a}<1\Rightarrow\dfrac{b}{c+a}<\dfrac{2b}{a+b+c}$

$\Rightarrow \dfrac{c}{a+b}<1\Rightarrow\dfrac{c}{a+b}<\dfrac{2c}{a+b+c}$

$\Rightarrow \dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}<\dfrac{2a+2b+2c}{a+b+c}=2$ (I)

Vì a, b, c > 0 $\Rightarrow$ a + b < a + b + c; b + c < a + b + c; c + a < a + b + c;

$\Rightarrow \dfrac{c}{a+b}>\dfrac{c}{a+b+c};\dfrac{b}{a+c}>\dfrac{b}{a+b+c};\dfrac{a}{b+c}>\dfrac{a}{a+b+c}$

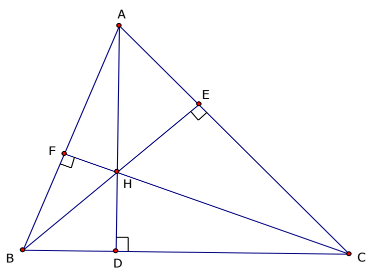
$$\Rightarrow \frac{c}{a+b}+\frac{b}{a+c}+\frac{a}{b+c}>\frac{a+b+c}{a+b+c}=1 \text{(II)}$$

Từ (I) và (II) suy ra $1<\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}<2$ (đpcm)

7.Ví dụ 7:

Chúng ta cũng bắt đầu từ bài toán đơn giản sau: *(sau khi HS học xong bài tứ giác nội tiếp)*

Cho tam giác nhọn ABC có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Hãy tìm các tứ giác nội tiếp.



Giải:

- Các tứ giác nội tiếp: AEHF, CDHE, BDHF (tổng hai góc đối bằng 180^0)
- Các tứ giác nội tiếp: ABDE, BCEF, ACDF (hai góc cùng nhìn một cạnh dưới 1 góc 90^0)

Từ kết quả của bài toán trên cho ta bài toán sau:

Bài 1. Cho tam giác nhọn ABC có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

1.CMR:

a) AE.AC = AF.AB = AH.AD

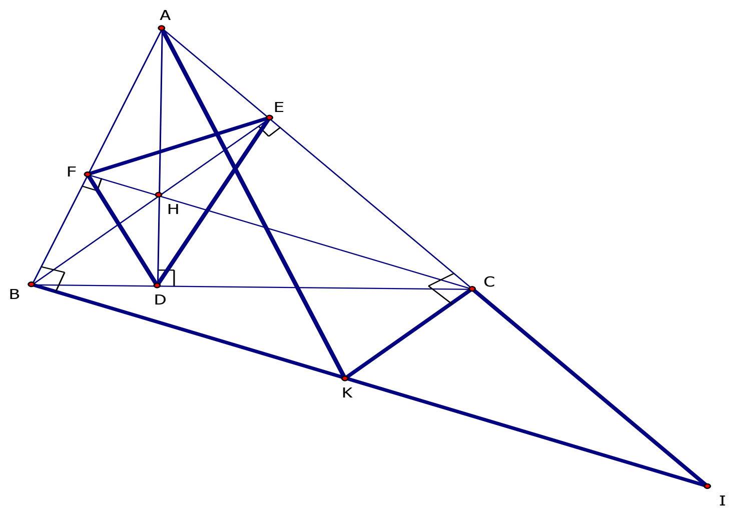
b) HA.HD = HB.HE = HC.HF

c) $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 2(AH.AD + BH.BE + CH.CF)$

d) H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF

e) $\frac{HD}{AD}+\frac{HE}{BE}+\frac{HF}{CF}=\frac{DB}{DC}.\frac{EC}{EA}.\frac{FA}{FB}=\frac{CB}{CD}.\frac{HD}{HA}.\frac{FA}{FB}$

2. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường thẳng AC tại I, qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt BI tại K. CMR: $EF \perp AK$
3. CMR:
   a) $S_{AEF} = S_{ABC}.\cos^2 A$
   b) AE.BF.CD = AB.BC.AC.cosA.cosB.cosC
   c) $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = 1 - (\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C)$



Ta có bài toán tổng hợp hơn

Bài 2.

Cho (O,R) và dây BC < 2R cố định; A chạy trên cung lớn BC

1. Khi ΔABC nhọn có các đường cao AD; BE; CF đồng quy tại H. CMR:
   a) H là tâm đường tròn nội tiếp ΔDEF
   b) ΔAEF $\backsim$ ΔABC. Từ đó chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAEF không đổi
   c) $OA \perp EF$
   d) $S_{ABC} = p'.R$ (p' là nửa chu vi của ΔDEF)
   e) Tìm vị trí của điểm A trên cung lớn BC để p' đạt giá trị lớn nhất
   f) BC^2 = BE.BH + CF.CH

2. Khi A chạy trên cung lớn BC. Gọi giao điểm của AH và (O) là A'.
   a) Chứng minh H và A' đối xứng nhau qua BC
   b) Chứng minh các đường tròn ngoại tiếp ΔHAB, ΔHBC, ΔHCA bằng nhau
   c) Chứng minh: AH = 2 OM với M là trung điểm của BC
   d) Chứng minh H, G, O thẳng hàng (G là trọng tâm ΔABC)
   e) Khi A chạy trên BC thì H chạy trên đường nào?
   f) Gọi M, N, P là trung điểm của CB, AC, AB. Kẻ các đường thẳng Mx//OA; Ny//OB; Pz//OC. CMR: Mx, Ny, Pz đồng quy.

HIỆU QUẢ CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

+ Được tạp chí Toán học và Tuổi trẻ đăng bài trên Đặc san số 1 vào tháng 10/2011 (chuyên mục dành cho THCS) với chuyên đề: "Từ một bài tập trong SGK Toán 7" ở phần ví dụ 1.

+ Dạy bồi dưỡng giải Toán trên máy tính cầm tay các cấp :

Năm học	Cấp trường	Cấp huyện	Cấp tỉnh	Quốc gia
2010-2011	Đạt 5/8 (3 giải Nhì, 2 giải Ba)	Đạt 3/5 (1 giải Nhất, 2 giải Ba)		
2011-2012	Đạt 29/35 (4 giải Nhất, 7 giải Nhì, 14 giải Ba ,4 giải KK)	Đạt 9/17 (2 giải nhì, 1 giải Ba, 6 giải KK)	Đạt 8/10 (2 giải nhất, 3 giải Nhì, 2 giải Ba, 1 giải KK)	Đạt 1/5 (1 giải KK)
2012-2013	Đạt 12/27 (4 giải Nhất, 1 giải Nhì, 5 giải Ba ,2 giải KK)-Lớp 9	Đạt 11/12 (2 giải Nhất, 4 giải nhì, 5 giải Ba)-Lớp 9	Đạt 8/10 (3 giải Nhì, 2 giải Ba, 3 giải KK)	Đạt 3/5 (2 giải Ba,1 giải KK)
2013-2014		Khối 8: Đạt 11/15 (5 giải Ba, 6 giải KK) Khối 9: Đạt 13/15 (2 giải Nhất, 3 giải Nhì, 3 giải Ba, 5 giải KK)	Đạt 7/10 (2 giải Nhất, 2 giải Nhì, 2 giải Ba, 1 giải KK)	Đạt 3/5 (1 giải Ba, 2 giải KK)
2014-2015		Khối 9: Đạt 10/10 (2 giải Nhất, 5 giải Nhì, 3 giải Ba)	Đạt 10/10 (1 giải Nhất, 3 giải Nhì, 4 giải Ba, 2 KK)	**Đạt** 3/5 (1 giải Ba, 2 giải KK)

+ Dạy bồi dưỡng học sinh giỏi môn Toán các cấp:

Năm học	**Cấp huyện**	**Cấp tỉnh**
2011-2012	- *Lớp 8*: Đạt 6/7 (1 giải Nhất, 4 giải Nhì, 1giải Ba)	*Lớp 9*: Đạt 18/20 (1 giải Nhất, 5 giải Nhì, 6 giải Ba, 6 giải KK).
2012-2013	- *Lớp 9*: Đạt 6/7 (1 Nhất, 2 Nhì, 2 Ba, 1KK) -*Lớp 8:* Đạt 4/7 (2 giải Nhì, 1giải Ba, 1giải KK).	*Lớp 9:* Đạt 11/20 (2 giải Nhì, 4 giải Ba, 5 giải KK).
2013-2014	-*Lớp 8*: Đạt 10/10 (2 giải Nhì, 4 giải Ba, 4 giải KK). - *Lớp 9:* Đạt 6/7 (1 giải Nhất, 1 giải Nhì, 2 giải Ba, 2 giải KK).	Đạt 17/20 (4 giải Nhì, 4 giải Ba, 9 giải KK).
2014-2015	-*Lớp 9:* Đạt 7/10 (2 giải Nhì, 3 giải Ba, 2 giải KK)	Đạt 11/20 (7 giải Ba, 4 giải KK).

+ Có 3 học sinh đạt giải "Violympic" quốc gia : 1 HCV, 1HCB, 1HCĐ

+ Có 1 học sinh đậu vào lớp 10 trường chuyên Toán thuộc Đại học Quốc gia TPHCM và nhiều em vào trường chuyên Lê Khiết và lớp chọn của trường THPT số 2 Mộ Đức.

KẾT LUẬN

Biết rằng các bài Toán này đã được phát triển từ bài toán đã có. Nhưng nó đã nâng lên một bước phát triển mới trong phương pháp giảng dạy hiện nay. Khởi đầu của sự sáng tạo mới của GV bộ môn đưa đến cho HS tiếp thu những cái mới lạ, tạo hứng thú trong học tập và phát triển tư duy Toán học.

Trên đây là nội dung sáng kiến mà bản thân tôi đã tích luỹ được trong quá trình giảng dạy. Vì khả năng và thời gian có hạn nên sang kiến này xin được tạm dừng ở đây.

Rất mong sự góp ý của các đồng chí, đồng nghiệp để sáng kiến này được phát huy tốt hơn nữa.

Đức Nhuận, ngày 20 tháng 10 năm 2014.

NGƯỜI VIẾT

Trần Ngọc Duy

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Tôn Thân , Sách giáo khoa *đại số 7*, hình học 8, 9 NXB Giáo dục

2. Nguyễn Vũ Thanh (2001), Chuyên đề BD Số học THCS - THPT , NXB trẻ

3. Phạm Đức Tài (2005), Tự hoc, tự kiểm tra theo chuẩn T*oán 9*, NXB ĐHSP

4. Một số chuyên đề báo Toán học tuổi trẻ, …

NHẬN XÉT ĐÁNH GIÁ XẾP LOẠI CỦA HỘI ĐỒNG KHGD TRƯỜNG

- Tác dụng của sáng kiến kinh nghiệm:

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

- Tính thực tiễn, sư phạm, khoa học: ………...

- Hiệu quả: ....

- Xếp loại: ....

Đức nhuận, *ngày ... tháng .... năm 2015.*

CT. HĐKHCS

Ngô Bang

NHẬN XÉT ĐÁNH GIÁ XẾP LOẠI CỦA HỘI ĐỒNG KHGD PGD MỘ ĐỨC

- Tác dụng của sáng kiến kinh nghiệm:

....
....
....
....
....
....
……...
....
....
....
....
....

- Tính thực tiễn, sư phạm, khoa học:………...
- Hiệu quả: ....
- Xếp loại: ....

Mộ Đức, *ngày ... tháng .... năm 2015*

CT. HĐKH PHÒNG GD