

MỞ ĐẦU

Trong những năm qua, việc sử dụng máy tính cầm tay (MTCT) được sử dụng rộng rãi trong học tập, thi cử. Nó giúp cho học sinh rất nhiều trong việc tính toán và những bài tập không thể giải nhanh bằng tay. Một trong những dạng bài tập ở trong chương trình THCS có thể dùng MTCT để giải là “Các bài toán về đa thức” mà hầu hết các cuộc thi giải toán trên MTCT và cuộc thi giải toán Violympic trên Internet ở lớp 7, 8, 9 đều có dạng toán về đa thức.

Trong thực tế, khi bồi dưỡng các em trong đội tuyển của trường, của huyện sử dụng MTCT để giải “Một số bài toán về đa thức” thì phần lớn các em nắm được kiến thức nhưng sau đó việc vận dụng, cũng như kỹ năng trình bày bài giải chưa hợp lý, chính xác. Vì vậy, để giúp cho các em học sinh có kỹ năng sử dụng MTCT để giải các bài toán nói chung và về đa thức nói riêng một cách thành thạo, chính xác và nhanh là hết sức cần thiết.

Đứng trước thực trạng trên, tôi xin đưa ra phương pháp giải và cách trình bày để cho học sinh nắm được cách giải các bài toán liên quan đến đa thức đặc biệt là “*Sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$* ”.

CƠ SỞ KHOA HỌC

KHI TÌM SỐ DƯ CỦA PHÉP CHIA ĐA THỨC $f(x)$ CHO $g(x) = ax + b$

Để tìm số dư trong phép chia $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ thì ta sử dụng các phương pháp sau:

1. Thực hiện phép chia thông thường.
2. Định lí Bezoul.
3. Sơ đồ Hoocone.

Tùy theo yêu cầu của bài toán mà chọn phương pháp giải phù hợp.

NỘI DUNG

1. Định lí Bezoul.

a) Giả sử đa thức $f(x)$ là đa thức của biến x và $a \in \mathbb{R}$ trong biểu thức của $f(x)$.

- Khi thay $x = a$ thì được một số ký hiệu là $f(a)$. Gọi là giá trị của $f(x)$ tại a .

- Nếu $f(a) = 0$ thì $f(x)$ có nghiệm là $x = a$.

b) Định lí Bezoul:

Trường hợp 1: Dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho nhị thức $g(x) = x - a$ là hằng số bằng $f(a)$.

VD1. Chia $f(x) = 7x^5 - 30x^4 - 1975$ cho $g(x) = x - 19,54$.

Giải: Số dư $f(x)$ chia cho $g(x)$ là $f(19,54)$

Cách 1: Sử dụng phím nhớ

- Ấn: 19,54 $\boxed{\text{Shift}} \boxed{\text{STO}} \boxed{\text{X}}$ (gán 19,54 vào biến nhớ X)

hoặc ấn: 19,54 $\boxed{=}$ (gán 19,54 vào biến Ans)

- Nhập biểu thức: $7X^5 - 30X^4 - 1975$

hoặc nhập biểu thức: $7\text{Ans}^5 - 30\text{Ans}^4 - 1975$

- Ấn: $\boxed{=}$ KQ: $f(19,54) = 15\,564\,423,85$

Cách 2: Sử dụng chức năng phím CALC

- Nhập biểu thức: $7X^5 - 30X^4 - 1975$

Ấn: 7 $\boxed{\text{Alpha}} \boxed{\text{X}}$ 5 $\boxed{-}$ 30 $\boxed{\text{Alpha}} \boxed{\text{X}}$ $\boxed{\wedge}$ 4 $\boxed{-}$ 1975

- Lưu biểu thức: + Ấn $\boxed{\text{CALC}}$ máy hỏi X? ấn 19,54 $\boxed{=}$

$$\text{KQ: } f(19,54) = 15\,564\,423,85$$

VD2. Chia $f(x) = 19x^5 - 3x^2 - 1930x + 1890$ cho $g(x) = x + 19,11$.

$$\text{Ta có số dư là } f(-19,11) = 48\,461\,272,57$$

Trường hợp 2: Dư trong phép chia đa thức $f(x)$ cho nhị thức $g(x) = ax + b$ là hằng số bằng $f\left(\frac{-b}{a}\right)$.

VD3. Chia $f(x) = 26x^3 + 1931x^2 + 9x - 1982$ cho $g(x) = 20x + 11$.

$$\text{Ta có số dư là: } f\left(\frac{-11}{20}\right) = -1407,14825$$

VD4. Chia $f(x) = 3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7$ cho $g(x) = 4x - 5$.

$$\text{Ta có số dư là } f\left(\frac{5}{4}\right) = 3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^4 + 5 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 - 4 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right) - 7 = 6 \frac{87}{256}$$

2. Sơ đồ Hoocne:

Trong trường hợp chia một đa thức $P_n(x)$ cho một nhị thức $x - m$ ta có thể sử dụng thuật toán Hoocne như sau:

Giả sử khi chia đa thức $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ cho nhị thức $x - m$ ta được đa thức $Q_n(x) = b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0$ thì giữa các hệ số $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ và $b_{n-1}, b_{n-2}, b_1, b_0$ có mối quan hệ sau đây:

$$b_{n-1} = a_n$$

$$b_{n-2} = m \cdot b_{n-1} + a_{n-1}$$

.....

$$b_0 = m \cdot b_1 + a_1$$

SKKN: “Sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ ”

và số dư $r = m.b_0 + a_0$

	a_n	a_{n-1}	a_{n-2}	...	a_1	a_0
m	$b_{n-1} = a_n$	$b_{n-2} = m.b_{n-1} + a_{n-1}$	$b_{n-3} = m.b_{n-2} + a_{n-2}$		$b_0 = m.b_1 + a_1$	$r = m.b_0 + a_0$

Ví dụ 1. Tìm thương và số dư của đa thức: $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 2013x - 2014$ chia cho $g(x) = x + 195$

Giải:

Ta ghi:

	2	0	-3	2013	-2014
-195	$b_{n-1} = 2$	-390	76047	-14 827 152	2 891 292 626

Ấn : -195 Shift STO A

Alpha A x 2 + 0 = ta được - 390

ấn tiếp: x Alpha A + (-) 3 = ta được 76047

ấn tiếp: x Alpha A + 2013 = ta được -14 827 152

ấn tiếp: x Alpha A + (-) 2014 = ta được 2 891 292 626

Vậy đa thức thương $Q(x) = 2x^3 - 390x^2 + 576047x - 14 827 152$

và số dư $r = 2 891 292 626$

Ví dụ 2. Tìm thương và số dư của đa thức $f(x) = 3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7$ chia cho $g(x) = 4x - 5$

Giải:

Ta ghi:

	3	5	-4	2	-7
$\frac{5}{4}$	3	$\frac{35}{4}$	$\frac{111}{16}$	$\frac{683}{64}$	$6\frac{87}{256}$
	$\frac{3}{4}$	$\frac{35}{16}$	$\frac{111}{64}$	$\frac{683}{256}$	

Vậy đa thức $Q(x) = \frac{3}{4}x^3 + \frac{35}{16}x^2 + \frac{111}{64}x + \frac{683}{256}$ và số dư $r = 6\frac{87}{256}$.

Chú ý: Các hệ số của đa thức thương ta phải chia cho a ($a=4$)

Ví dụ 3. Cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (đa thức bậc 3), biết $f(1) = 3941$; $f(-1) = 69$; $f(5) = 14493$; $f(-2) = -2041$.

- Tính $f(75)$; $f(103)$
- Tìm thương và số dư của $f(x)$ chia cho $7x - 5$
(số dư biểu diễn dưới dạng hỗn số hoặc phân số)
- Tìm m để $f(x) + m - 1945$ chia hết cho $3x + 10$

Giải:

Theo đề ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} f(1) = 3941 \\ f(-1) = 69 \\ f(5) = 14493 \\ f(-2) = -2041 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 3941 \\ -a + b - c + d = 69 \\ 125a + 25b + 5c + d = 14493 \\ -8a + 4b - 2c + d = -2041 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 3941 \\ -2a - 2c = -3872 \\ 124a + 24b + 4c = 10552 \\ -9a + 3b - 3c = -582 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 25 \\ b = -8 \\ c = 1911 \\ d = 2013 \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = 25x^3 - 8x^2 + 1911x + 2013$

- Do đó $f(75) = 10\,647\,213$; $f(103) = 27\,423\,149$
- Ta ghi:

	25	-8	1911	2013
$\frac{5}{7}$	25	$\frac{69}{7}$	$\frac{93984}{49}$	$3383\frac{10}{343} = \frac{1160379}{343}$
	$\frac{25}{7}$	$\frac{69}{49}$	$\frac{93984}{343}$	

Vậy đa thức $Q(x) = \frac{25}{7}x^2 + \frac{69}{49}x + \frac{93984}{343}$ và số dư $r = 3383\frac{10}{343} = \frac{1160379}{343}$.

c) Để $f(x) + m - 1945$ chia hết cho $3x + 10$

$$\Leftrightarrow g(x) = 25x^3 - 8x^2 + 1911x + 2013 + m - 1945 \text{ chia hết cho } 3x + 10$$

$$\Leftrightarrow g\left(\frac{-10}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow m = 7\,316,814815 \text{ (dùng chức năng SHIFT SOLVE)}$$

BÀI TẬP:

Bài 1. Tìm số dư của các phép chia sau:

- | | |
|--|---------------------------|
| a) $(x^4 + x^3 + 2x^2 - x + 1) : (x - 3)$ | KQ: $r = 124$ |
| b) $(x^3 - 9x^2 - 35x + 7) : (x - 12)$ | KQ: $r = 19$ |
| c) $(2x^3 + x^2 - 3x + 5) : (x + 11)$ | KQ: $r = -2.503$ |
| d) $(4x^5 + 3x^3 - 4x + 5) : (2x + 11)$ | KQ: $r = -20.603,5$ |
| e) $(3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7) : (-3x + 2)$ | KQ: $r = \frac{-145}{27}$ |
| f) $(5x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 7x + 8) : (3x - 1)$ | KQ: $r = \frac{848}{81}$ |

Hướng dẫn: Áp dụng định lí Bezoul

Bài 2. Tìm số dư và đa thức thương của các phép chia $f(x)$ cho $g(x)$ sau:

- a) $f(x) = (x^4 + x^3 + 2x^2 - x + 1)$ và $g(x) = (x - 3)$
 b) $f(x) = (x^3 - 9x^2 - 35x + 7)$ và $g(x) = (x - 12)$

c) $f(x) = (2x^3 + x^2 - 3x + 5)$ và $g(x) = (x + 11)$

d) $f(x) = (4x^5 + 3x^3 - 4x + 5)$ và $g(x) = (2x + 11)$

e) $f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7)$ và $g(x) = (-3x + 2)$

f) $f(x) = (5x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 7x + 8)$ và $g(x) = (3x - 1)$.

Hướng dẫn: Áp dụng Sơ đồ Hoocne.

KQ: a) $r = 124$ và $Q(x) = x^3 + 4x^2 + 14x + 41$

b) $r = 19$ và $Q(x) = x^2 + 3x + 1$

c) $r = -2.503$ và $Q(x) = 2x^2 - 21x + 228$

d) $r = -20.603,5$ và $Q(x) = 2x^4 - 11x^3 + 62x^2 - 341x + \frac{3.747}{2}$

e) $r = \frac{-145}{27}$ và $Q(x) = -x^3 - \frac{7}{3}x^2 - \frac{2}{9}x - \frac{22}{27}$

f) $r = \frac{848}{81}$ và $Q(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{7}{9}x^2 + \frac{11}{27}x + \frac{200}{81}$

Bài 3. Tìm a để $P(x) = x^4 + 7x^3 + 2x^2 + 13x + a$ chia hết cho $x + 6$.

Giải:

C₁: Để $P(x) : x + 6 \Leftrightarrow P(-6) = 0$

$$\Leftrightarrow (-222) + a = 0$$

$$\Leftrightarrow a = 222.$$

Vậy $a = 222$.

C₂: Để $P(x) : x + 6 \Leftrightarrow P(-6) = 0$

Ta nhập biểu thức : $X^4 + 7X^3 + 2X^2 + 13X + A = 0$

Án: X ? nhập -6

Ấn tiếp Shift Solve máy hiện: A = 222.

Vậy : $a = 222$.

Bài 4. Cho phương trình $2,5x^5 - 3,1x^4 + 2,7x^3 + 1,7x^2 - (5m - 1,7)x + 6,5m - 2,8$ có một nghiệm là $x = -0,6$. Tính giá trị của m chính xác đến 4 chữ số thập phân.

Hướng dẫn: Giải như bài 3. KQ: $m = 0,4618$

Bài 5. Tìm m để $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 5x + 2005 - m$ chia hết cho $x - 12$.

Hướng dẫn: Giải như bài 3. KQ: $m = 43849$.

Bài 6. Xác định giá trị k để đa thức $f(x) = x^4 - 9x^3 + 21x^2 + x + k$ chia hết cho đa thức $g(x) = x^2 - x - 2$.

Giải:

C₁: Lấy $f(x)$ chia cho $g(x)$ để tìm số dư và đặt số dư bằng 0 để tìm k .

$$\text{Ta có: } f(x) = (x^2 - x - 2)(x^2 - 8x + 15) + k + 30 = 0$$

$$\text{Vậy để } f(x) : g(x) \text{ thì } k + 30 = 0.$$

$$\text{Suy ra } k = -30$$

C₂: Ta có $g(x) = x^2 - x - 2$.

$$= x^2 - 2x + x - 2 = x(x - 2) + (x - 2) = (x - 2)(x + 1)$$

Vậy $f(x)$ chia hết cho $g(x) = x^2 - x - 2$ thì cũng chia hết cho $(x - 2)(x + 1)$

Áp dụng định lí Bezoul và định nghĩa của phép chia hết ta thay $x = -1$ hoặc $x = 2$ vào $f(x)$, ta được $f(-1) = 0 \Leftrightarrow k = -30$.

Bài 7. Cho đa thức $f(x) = 3x^4 - x^3 + 2x^2 - x + m$.

a) Xác định m để $f(x)$ chia hết cho $x - 2$

b) Với m tìm được ở câu a. Xác định đa thức thương và số dư của $f(x)$ chia cho $x + 3$.

KQ: a) $m = -46$.

b) $Q(x) = 3x^3 - 10x^2 + 32x - 97$ và $r = 245$.

Bài 8. Cho đa thức $P(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + m$.

a) Tìm số dư trong phép chia $P(x)$ cho $x - 2,5$ khi $m = 2003$.

b) Tính giá trị của m để đa thức $P(x)$ chia hết cho $x - 2,5$

c) Muốn đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = 2$ thì m có giá trị là bao nhiêu?

Giải:

a) Nhập : $X^5 + 2X^4 - 3X^3 + 4X^2 - 5X + 2003$

X? khai báo: 2,5

KQ: $r = 2144,406250$

b) Giải như bài 3. KQ: $m = -141,40625$

c) $P(x)$ có nghiệm $x = 2 \Leftrightarrow P(2) = 0 \Leftrightarrow m = -46$

Bài 9. Cho hai đa thức: $P(x) = x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 3x + m$.

$Q(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + n$.

a) Tìm giá trị của m và n để các đa thức $P(x)$ và $Q(x)$ chia hết cho $x - 2$.

b) Xét đa thức $R(x) = P(x) - Q(x)$, với giá trị m, n vừa tìm được. Hãy chứng tỏ rằng đa thức $R(x)$ chỉ có một nghiệm duy nhất.

Giải:

a) Giải như bài 3. KQ: $m = -46, n = -40$

b) Ta có $R(x) = P(x) - Q(x) = x^3 - x^2 + x - 6$.

Vì $P(x)$ và $Q(x)$ cùng chia hết cho $x - 2$ nên $R(x) = P(x) - Q(x)$ cũng chia hết cho $x - 2$.

Do đó ta có $R(x) = P(x) - Q(x) = x^3 - x^2 + x - 6 = (x - 2)(x^2 + x + 3)$

$$\text{Mà } x^2 + x + 3 = x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \quad \forall x$$

(hay tam thức bậc hai $x^2 + x + 3$ có $\Delta = 1 - 4 = -3$ nên vô nghiệm)

Suy ra $R(x)$ chỉ có duy nhất một nghiệm $x = 2$.

Bài 10. Cho đa thức $P(x) = 6x^3 - 7x^2 - 16x + m$.

a) Với điều kiện nào của m thì đa thức $P(x)$ chia hết cho $2x + 3$.

b) Với m tìm được ở câu a. Hãy tìm số dư r khi chia đa thức $P(x)$

cho $3x - 2$.

c) Với m tìm được ở câu a. Hãy phân tích đa thức $P(x)$ ra tích của các thừa số bậc nhất.

d) Tìm m và n để hai đa thức $P(x) = 6x^3 - 7x^2 - 16x + m$ và $Q(x) = 2x^3 - 5x^2 - 13x + n$ cùng chia hết cho $x - 2$

e) Với n tìm được ở câu trên, hãy phân tích của các thừa số bậc nhất.

Giải:

a) Để $P(x)$ chia hết cho $2x + 3$ thì $P\left(\frac{-3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow m = 12$.

b) Chia đa thức $P(x) = 6x^3 - 7x^2 - 16x + 12$ cho $3x - 2$.

	6	-7	-16	12
$\frac{2}{3}$	6	-3	-18	0
	2	-1	-6	

Ta được $P(x) = (3x - 2)(2x^2 - x - 6)$ và số dư $r = 0$

c) $P(x) = (3x - 2)(2x + 3)(x - 2)$.

d) Để hai đa thức $P(x) = 6x^3 - 7x^2 - 16x + m$

và $Q(x) = 2x^3 - 5x^2 - 13x + n$ cùng chia hết cho $x - 2$ thì $P(2) = 0$ và $Q(2) = 0$

Suy ra $m = 12, n = 30$

e) Đa thức $Q(x) = 2x^3 - 5x^2 - 13x + 30$ chia cho $x - 2$ nên chia $Q(x)$ cho $x - 2$ ta được. $Q(x) = (x - 2)(2x^2 - x - 15)$.

$$\begin{aligned} \text{Vì } 2x^2 - x - 15 &= 2x^2 - 6x + 5x - 15 = (x - 3)2x + 5(x - 3) \\ &= (x - 3)(2x + 5). \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } Q(x) = (x - 2)(x - 3)(2x + 5)$$

Bài 11. Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết $P(1) = 1$,

$$P(2) = 4, P(3) = 9, P(4) = 16, P(5) = 25.$$

a) Tính các giá trị $P(6), P(7), P(8), P(9)$

b) Viết lại đa thức $P(x)$ với các hệ số là số nguyên.

Giải:

a) Ta có $P(1) = 1, P(2) = 4, P(3) = 9, P(4) = 16, P(5) = 25$.

$$\text{Xét đa thức } Q(x) = P(x) - x^2.$$

Dễ thấy $Q(1) = 1, Q(2) = 4, Q(3) = 9, Q(4) = 16, Q(5) = 25$.

Suy ra 1; 2; 3; 4; 5 là nghiệm của đa thức $Q(x)$.

Vì hệ số của $x^5 = 1$ nên suy ra $Q(x)$ có dạng:

$$Q(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$$

Nên $Q(6) = (6 - 1)(6 - 2)(6 - 3)(6 - 4)(6 - 5) = P(6) - 6^2$.

Suy ra $P(6) = 6^2 + 5! = 156$.

Tương tự $P(7) = 7^2 + 6! = 769$.

$$P(8) = 8^2 + \frac{7!}{2!} = 2584.$$

$$P(9) = 9^2 + \frac{8!}{3!} = 6801.$$

b) $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5) + x^2$.

$$P(x) = x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 284x^2 + 274x - 120.$$

Bài 12. Cho đa thức $Q(x) = x^4 + mx^3 + nx^2 + px + q$ và cho biết $Q(1) = 5$; $Q(2) = 7$; $Q(3) = 9$; $Q(4) = 11$. Tính các giá trị $Q(10)$; $Q(11)$; $Q(12)$; $Q(13)$.

Giải:

$$\text{Nhận xét: } Q(1) = 5 = 2.1 + 3 \quad ; \quad Q(2) = 7 = 2.2 + 3$$

$$Q(3) = 9 = 2.3 + 3 \quad ; \quad Q(4) = 11 = 2.4 + 3$$

Xét đa thức $P(x) = Q(x) - (2x + 3)$.

Ta có $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = 0$.

Điều này chứng tỏ 1; 2; 3; 4 là nghiệm của đa thức $P(x)$.

Suy ra: $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) = Q(x) - (2x + 3)$.

$$\text{Nên } P(10) = 9.8.7.6 = Q(10) - (2.10 + 3).$$

$$\text{Hay } Q(10) = 2.10 + 3 + 9.8.7.6$$

$$= 2.10 + 3 + \frac{9!}{5!} = 3047.$$

$$\text{Tương tự: } Q(11) = 2.11 + 3 + \frac{10!}{6!} = 5065.$$

$$Q(12) = 2.12 + 3 + \frac{11!}{7!} = 7947.$$

$$Q(13) = 2.13 + 3 + \frac{12!}{8!} = 11909.$$

Bài 13. Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết $P(1) = 3, P(2) = 9, P(3) = 19, P(4) = 33, P(5) = 51$. Tính các giá trị $P(6), P(7), P(8), P(9), P(10), P(11)$.

Giải:

Đặt $Q(x) = 2x^2 + 1$. Khi đó $Q(1) = 3, Q(2) = 9, Q(3) = 19, Q(4) = 33, Q(5) = 51$.

Điều này chứng tỏ đa thức (bậc 5) $R(x) = P(x) - Q(x)$ có 5 nghiệm 1; 2; 3; 4; 5.

$$\text{Vậy: } P(x) = Q(x) + (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5).$$

$$\text{Do đó: } P(6) = 2.6^2 + 1 + 5! = 193$$

$$P(7) = 2.7^2 + 1 + 6! = 819$$

$$P(8) = 2.8^2 + 1 + \frac{7!}{2!} = 2649$$

$$P(9) = 2.9^2 + 1 + \frac{8!}{3!} = 6883$$

$$P(10) = 2.10^2 + 1 + \frac{9!}{4!} = 15321$$

$$P(11) = 2 \cdot 11^2 + 1 + \frac{10!}{5!} = 30483$$

Bài 14. Cho đa thức $P(x)$ bậc 4 có hệ số bậc cao nhất là 1 và thỏa mãn $P(1) = 3; P(3) = 11; P(5) = 27; P(7) = 51$.

Tính giá trị của $P(-2) + 7P(6)$.

Giải:

Nhận xét: $P(1) = 3 = 1^2 + 2; P(3) = 11 = 3^2 + 2; P(5) = 27 = 5^2 + 2;$
 $P(7) = 51 = 7^2 + 2.$

Xét đa thức $Q(x) = P(x) - (x^2 + 2)$

Ta có $Q(1) = Q(3) = Q(5) = Q(7) = 0.$

Điều này chứng tỏ 1; 3; 5; 7 là nghiệm của $Q(x)$.

Suy ra $Q(x) = (x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7)$

Nên $P(x) = Q(x) + x^2 + 2$
 $= (x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7) + x^2 + 2$

Do đó $P(-2) = 951$ và $P(6) = 23.$

Vậy: $P(-2) + 7P(6) = 951 + 7 \cdot 23 = 1112.$

Bài 15. Cho đa thức :

$$Q = x^{1931} - 1931x^{1930} + 1931x^{1929} - 1931x^{1928} + \dots - 1931x^2 + 1931x - m + 15,5(1941).$$

Tìm m để Q chia cho $x - 1930$ dư $26,3(1931)$.

Giải:

Ta có $Q - 26,3(1931)$ chia hết cho $x - 1930$

hay $Q_{(1930)} - 26,3(1931) = 0$

Thay $1931 = x + 1$ vào biểu thức $Q_{(1930)} - 26,3(1931) = 0$

SKKN: “Sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ ”

Ta được $x^{1931} - x^{1931} - x^{1930} + x^{1930} + x^{1929} - x^{1929} - x^{1928} + \dots - x^3 - x^2 + x^2 + x - m + 15,5(1941) - 26,3(1931) = 0$

$$\Leftrightarrow x - m + 15,5(1941) - 26,3(1931) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1930 - m + 15,5(1941) - 26,3(1931) = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1930 + 15,5(1941) - 26,3(1931) = 1919,2001$$

Vậy: **$m = 1919,2001$**

Bài 16. Tìm đa thức $f(x)$ sao cho $f(x)$ chia cho $x - 2$ dư 10, chia cho $x - 7$ dư 5 và chia cho $x^2 - 9x + 14$ được thương là $x^3 + 2$ và còn dư.

Giải:

Ta có $x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7)$

- Tìm dư của $f(x)$ chia cho $(x - 2)(x - 7)$

$$\text{Xét } f(x) = (x - 2).A(x) + 10 \quad (1)$$

$$f(x) = (x - 7).B(x) + 5 \quad (2)$$

$$f(x) = (x - 2)(x - 7)(x^3 + 2) + ax + b \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) ta có :

$$\begin{cases} f(2) = 10 \\ f(7) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 10 \\ 7a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 12 \end{cases}$$

Vậy dư của $f(x)$ chia cho $x^2 - 9x + 14$ là $-x + 12$

Do đó $f(x) = (x^2 - 9x + 14)(x^3 + 2) - x + 12$

Hay $f(x) = x^5 - 9x^4 + 14x^3 + 2x^2 - 19x + 40$

Bài 17. Tìm đa thức $g(x)$, biết rằng $g(x)$ chia cho $x - 7$ dư 5, $g(x)$ chia cho $x - 19$ dư 5, $g(x)$ chia cho $x - 2$ dư 9 và $g(x)$ chia cho $x^3 - 28x^2 + 185x - 266$ thì được thương là x^3 và còn dư.

Giải:

Ta có $x^3 - 28x^2 + 185x - 266 = (x - 7)(x - 19)(x - 2)$

- Tìm dư của $g(x)$ chia cho $(x - 7)(x - 19)(x - 2)$

$$\text{Xét } g(x) = (x - 7).A(x) + 5 \quad (1)$$

$$g(x) = (x - 19).B(x) + 5 \quad (2)$$

$$g(x) = (x - 2).C(x) + 9 \quad (3)$$

$$g(x) = (x - 7)(x - 19)(x - 2).x^3 + ax^2 + bx + c \quad (4)$$

Từ (1), (2), (3) và (4) ta có :

$$\begin{cases} f(7) = 5 \\ f(19) = 5 \\ f(2) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7^2 a + 7b + c = 5 \\ 19^2 a + 19b + c = 5 \\ 2^2 a + 2b + c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4}{85} \\ b = \frac{-104}{85} \\ c = \frac{957}{85} \end{cases}$$

Vậy dư của $g(x)$ chia cho $x^3 - 28x^2 + 185x - 266$ là $\frac{4}{85}x^2 - \frac{104}{85}x + \frac{957}{85}$

$$\text{Do đó } g(x) = (x^3 - 28x^2 + 185x - 266).x^3 + \frac{4}{85}x^2 - \frac{104}{85}x + \frac{957}{85}$$

$$\text{Hay } g(x) = x^6 - 28x^5 + 185x^4 - 266x^3 + \frac{4}{85}x^2 - \frac{104}{85}x + \frac{957}{85}$$

Bài 18. Tìm a, b để $P(x) = ax^{2013} + bx^{2014} + 3x + b$ chia hết cho đa thức $x^2 - 1$

Giải: Ta có $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

SKKN: “Sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ ”

Do đó để $P(x)$ chia hết cho $x^2 - 1$ thì $P(x)$ chia hết cho $x + 1$ và $x - 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P(1) = 0 \\ P(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = -3 \\ -a + 2b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \end{cases}$$

Bài 19. Tìm phần dư của đa thức $x^{2014} + x^{2013} + \dots + x^2 + x + 1$ chia cho đa thức $x^2 - 1$

Giải:

Vì $x^2 - 1$ là đa thức bậc hai nên phần dư có dạng $ax + b$

Ta có $x^{2014} + x^{2013} + \dots + x^2 + x + 1 = (x^2 - 1)A(x) + ax + b$

Do đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 2015 \\ -a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1008 \\ b = 1007 \end{cases}$$

Vậy phần dư của đa thức $x^{2014} + x^{2013} + \dots + x^2 + x + 1$ chia cho đa thức $x^2 - 1$ là:
 $1008x + 1007$

Bài 20. Tìm phần dư của đa thức $x^{2015} + x^{2014} + \dots + x^2 + x + 1$ chia cho đa thức $x^2 - 1$.

Giải: Vì $x^2 - 1$ là đa thức bậc hai nên phần dư có dạng $ax + b$

Ta có $x^{2015} + x^{2014} + \dots + x^2 + x + 1 = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b$

Do đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 2016 \\ -a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1008 \\ b = 1008 \end{cases}$$

Vậy phần dư của đa thức $x^{2015} + x^{2014} + \dots + x^2 + x + 1$ chia cho đa thức $x^2 - 1$ là:
 $1008x + 1008$

Bài 21. Cho đa thức : $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và cho biết: $P(1) = 1905$;
 $P(2) = 1964$; $P(3) = 2073$.

a) Tìm các hệ số a, b, c của $P(x)$.

Người viết: *Trần Ngọc Duy* – GV Trường THCS Nguyễn Bá Loan – ĐT: 0974267203

SKKN: “Sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ ”

b) Tìm số dư r và đa thức thương $Q(x)$ trong phép chia $P(x)$ cho $(2x - 9)$.

c) Tính $T = P(1969) - 7707390434$

d) Tìm m để $P(x) + 2m + 9$ có một nghiệm là $x = 1945$

Giải:

a) Ta có : a, b, c là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 1^3 + a + b + c = 1905 \\ 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 1964 \\ 3^3 + a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = 2073 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1904 \\ 4a + 2b + c = 1956 \\ 9a + 3b + c = 2046 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:

$$a = 19, b = -5, c = 1890$$

b) Ta có $P(x) = x^3 + 19x^2 - 5x + 1890$

Chia theo sơ đồ Hoocne

	1	19	-5	1890
$\frac{9}{2}$	1	$\frac{47}{2}$	$\frac{403}{4}$	$\frac{18747}{8}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{47}{4}$	$\frac{403}{8}$	

Suy ra $r = \frac{18747}{8}$ và $Q(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{47}{4}x + \frac{403}{8}$

c) Tính $T = P(1969) - 7707390434 = 79$

d) Để $P(x) + 2m + 9$ có một nghiệm $x = 1945$ thì $P(1945) + 2m + 9 = 0$

Suy ra $m = -3714926637$

Bài 22. Cho đa thức $f(x)$ có bậc 3; biết rằng khi chia $f(x)$ lần lượt cho $(x - 1)$, $(x - 2)$, $(x - 3)$ đều có số dư là 6 và $f(-1) = -12$. Tính $f(2014)$.

SKKN: “Sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ ”

Giải:

Đa thức có dạng : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

- Từ giả thiết ta có: $f(1) = f(2) = f(3) = 6$ và có $f(-1) = -12$

$$\text{- Ta có hệ: } \begin{cases} a+b+c+d=6 \\ 8a+4b+2c+d=6 \\ 27a+9b+3c+d=6 \\ -a+b-c+d=-12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7a+3b+c=0 \\ 26a+8b+2c=0 \\ -2a+0b-2c=-18 \end{cases}$$

Giải hệ pt ta được : $a = 0,75$; $b = -4,5$; $c = 8,25$; $d = 1,5$

Suy ra $f(x) = 0,75x^3 - 4,5x^2 + 8,25x + 1,5$

Từ đó tính được $f(2014) = 6108647793$

Bài 23. Cho đa thức $P(x) = \frac{x^5}{120} + \frac{x^4}{12} + \frac{7x^3}{24} + \frac{5x^2}{12} + \frac{x}{5}$. Chứng minh rằng $P(x)$ nhận giá trị nguyên khi $x \in \mathbb{Z}$.

HD: Quy đồng, phân tích tử thức thành nhân tử chung bằng sơ đồ Hoocne

$$P(x) = \frac{x^5 + 10x^4 + 35x^3 + 50x^2 + 24x}{120} = \frac{x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}{120}$$

Bài 24. Cho đa thức $Q(x) = \frac{x^9}{630} - \frac{x^7}{21} + \frac{13}{30}x^5 - \frac{82}{63}x^3 + \frac{32}{35}x$. CMR: $Q(x)$ chia hết cho 576 khi x nhận giá trị nguyên.

HD: Quy đồng, phân tích tử thức thành nhân tử chung bằng sơ đồ Hoocne

$$\begin{aligned} Q(x) &= \frac{x^9 - 30x^7 + 273x^5 - 820x^3 + 576x}{630} = \frac{(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}{630} \\ &= 576M \quad (M \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Người viết: Trần Ngọc Duy – GV Trường THCS Nguyễn Bá Loan – ĐT: 0974267203

HIỆU QUẢ CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

+ Được tạp chí Toán học và Tuổi trẻ đăng bài trên Đặc san số 11 vào tháng 3/2014 (chuyên mục Giải Toán với máy tính) với chuyên đề “Sử dụng máy tính cầm tay để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ ”

+ **Kết quả: Dạy bồi dưỡng giải Toán trên máy tính cầm tay các cấp :**

Năm học	Cấp trường	Cấp huyện	Cấp tỉnh	Quốc gia
2010-2011	Đạt 5/8 (3 giải Nhì, 2 giải Ba)	Đạt 3/5 (1 giải Nhất, 2 giải Ba)		
2011-2012	Đạt 29/35 (4 giải Nhất, 7 giải Nhì, 14 giải Ba ,4 giải KK)	Đạt 9/17 (2 giải nhì, 1 giải Ba, 6 giải KK)	Đạt 8/10 (2 giải nhất, 3 giải Nhì, 2 giải Ba, 1 giải KK)	Đạt 1/5 (1 giải KK)
2012-2013	Đạt 12/27 (4 giải Nhất, 1 giải Nhì, 5 giải Ba ,2 giải KK)-Lớp 9	Đạt 11/12 (2 giải Nhất, 4 giải nhì, 5 giải Ba)-Lớp 9	Đạt 8/10 (3 giải Nhì, 2 giải Ba, 3 giải KK)	Đạt 3/5 (2 giải Ba,1 giải KK)
2013-2014		Khối 8: Đạt 11/15 (5 giải Ba, 6 giải KK) Khối 9: Đạt 13/15 (2 giải Nhất, 3 giải Nhì,	Đạt 7/10 (2 giải Nhất, 2 giải Nhì, 2 giải Ba, 1 giải KK)	Đạt 3/5 (1 giải Ba, 2 giải KK)

		3 giải Ba, 5 giải KK)		
2014-2015		Khối 9: Đạt 10/10 (2 giải Nhất, 5 giải Nhì, 3 giải Ba)	Đạt 10/10 (1 giải Nhất, 3 giải Nhì, 4 giải Ba, 2 KK)	Đạt 3/5 (1 giải Ba, 2 giải KK)
2015-2016		-Lớp 8: Đạt 10/10(5 giải Nhất, 3 giải Nhì, 2 giải Ba) - Lớp 9: Đạt 10/10 (5 giải Nhất, 6 giải Nhì, 2 giải Ba)	- Lớp 9: Đạt 9/10 (2 giải Nhất, 1 giải Nhì, 3 giải Ba, 3 giải KK)	Đạt 5/5 (3 giải Nhất, 2 giải Nhì)

+ Kết quả: Dạy bồi dưỡng học sinh giỏi môn Toán các cấp:

Năm học	Cấp huyện	Cấp tỉnh
2011-2012	- <i>Lớp 8</i> : Đạt 6/7 (1 giải Nhất, 4 giải Nhì, 1 giải Ba)	<i>Lớp 9</i> : Đạt 18/20 (1 giải Nhất, 5 giải Nhì, 6 giải Ba, 6 giải KK).
2012-2013	- <i>Lớp 9</i> : Đạt 6/7 (1 Nhất, 2 Nhì, 2 Ba, 1KK) - <i>Lớp 8</i> : Đạt 4/7 (2 giải Nhì,	<i>Lớp 9</i> : Đạt 11/20 (2 giải Nhì, 4 giải Ba, 5 giải KK).

	1 giải Ba, 1 giải KK).	
2013-2014	-Lớp 8: Đạt 10/10 (2 giải Nhì, 4 giải Ba, 4 giải KK). - Lớp 9: Đạt 6/7 (1 giải Nhất, 1 giải Nhì, 2 giải Ba, 2 giải KK).	Đạt 17/20 (4 giải Nhì, 4 giải Ba, 9 giải KK).
2014-2015	-Lớp 9: Đạt 7/10 (2 giải Nhì, 3 giải Ba, 2 giải KK)	Đạt 11/20 (7 giải Ba, 4 giải KK).
2015-2016	-Lớp 9:Đạt 6/7 (1 giải Nhất, 2 giải Nhì, 1 giải Ba, 1 giải KK)	-Lớp 9:Đạt 9/20 (3 giải Nhì, 4 giải Ba, 2 giải KK)

+ Kết quả: Dạy bồi dưỡng giải Toán Violympic trên internet các cấp :

Năm học	Cấp huyện	Cấp tỉnh	Quốc gia
2011-2012	2	2	
2012-2013	14	6	Đạt 2/2: 1HCV, 1HCD
2013-2014	18	10	Đạt 1/1: 1 HCB
2014-2015	Không tổ chức thi		
2015-2016	31	18	Có 5 HS tham dự

+ Có 1 học sinh đậu vào lớp 10 trường chuyên Toán thuộc Đại học Quốc gia TPHCM, đậu thủ khoa trường THPT Mộ Đức số 2 và nhiều em vào trường chuyên Lê Khiết, nhiều em đạt điểm 10 môn Toán trong kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 và lớp chọn của trường THPT số 2 Mộ Đức.

KẾT LUẬN

Chủ đề “Sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ ” là một chủ đề rất quan trọng trong bồi dưỡng học sinh giỏi giải toán trên MTCT. Vì vậy, giáo viên cần phải bồi dưỡng kiến thức Toán và kỹ năng sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ một cách cụ thể và đầy đủ các nội dung bài tập thì HS sẽ có đầy đủ kiến thức và kỹ năng để thi giải Toán trên MTCT và thi giải toán Violympic trên internet.

Trên đây là nội dung sáng kiến mà bản thân tôi đã tích lũy được trong quá trình giảng dạy. Vì khả năng và thời gian có hạn nên sáng kiến này xin được tạm dừng ở đây.

Rất mong sự góp ý của các đồng chí, đồng nghiệp để sáng kiến này được phát huy tốt hơn nữa.

Đức Nhuận, ngày 20 tháng 10 năm 2016.

NGƯỜI VIẾT

Trần Ngọc Duy

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Vũ Hữu Bình (2005), Nâng cao và phát triển toán 8 NXB Giáo dục.
2. Một số đề thi giải toán trên máy tính cầm tay các cấp.
3. Một số chuyên đề báo Toán học tuổi trẻ, ...

NHẬN XÉT ĐÁNH GIÁ XẾP LOẠI CỦA HỘI ĐỒNG KHGD TRƯỜNG

- Tác dụng của sáng kiến kinh nghiệm:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- Tính thực tiễn, sư phạm, khoa học:

- Hiệu quả:

- Xếp loại:

Đức nhuận, ngày ... tháng năm 2016.

CT. HĐKHCS

Nguyễn Văn Chương

SKKN: “Sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ ”

NHẬN XÉT ĐÁNH GIÁ XẾP LOẠI CỦA HỘI ĐỒNG KHGD PGD MỘ ĐỨC

- Tác dụng của sáng kiến kinh nghiệm:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- Tính thực tiễn, sư phạm, khoa học:

- Hiệu quả:

- Xếp loại:

Mộ Đức, ngày ... tháng năm 2016

CT. HĐKH PHÒNG GD

Người viết: *Trần Ngọc Duy* – GV Trường THCS Nguyễn Bá Loan – ĐT: 0974267203

SKKN: “Sử dụng MTCT để tìm số dư của phép chia đa thức $f(x)$ cho $g(x) = ax + b$ ”

Người viết: *Trần Ngọc Duy – GV Trường THCS Nguyễn Bá Loan – ĐT: 0974267203*